

Indholdsfortegnelse

1. Indledning	2
2. Problemformulering	3
3. Begrebsafklaring	3
4. Metode	4
4.1 Læsevejledning	4
4.2 Kvalitativ metode	5
4.3 Det kvalitative interview	5
5. Kritisk stillingtagen	6
5.1 Kritisk stillingtagen i matematikundervisningen	7
5.2 Opsamling på kritisk stillingtagen	8
6. Modelling	8
6.1 Modelleringskompetencen	8
6.2 Processen i matematisk modellering	9
6.3 Matematisk modellering i et almindende perspektiv	11
6.4 Opsamling på modellering	11
7. En didaktisk vinkel	12
7.1 Low Threshold, High Ceiling	12
7.2 Didaktiske situationer	13
7.2.1 Det didaktiske dobbeltspil	13
7.2.2 Didaktiske og adidaktiske situationer	14
7.2.3 Den didaktiske kontrakt	15
8. Empiri	16
9. Analyse - behandling af data	18
9.1 Sortering i hovedemner	18
10. Analyse - kritisk stillingtagen før forløbet	19
10.1 Elevernes forudsætninger	19
10.1.1 Delkonklusion	21
10.2 Tegn på kritisk stillingtagen før forløbet	22
10.2.1 Delkonklusion	24
11. Analyse - kritisk stillingtagen gennem forløbet	25
11.1 Didaktiske situationer i forløbet	25
11.1.1 Delkonklusion	28
11.2 Modelleringsprocessen i forløbet	28
11.2.1 Delkonklusion	30
11.3 LTHC i forløbet	31
11.3.1 Delkonklusion	32
12. Analyse - opsamling	32
13. Diskussion	35
13.1 Validitet og reliabilitet	35
13.2 Den didaktiske kontrakt	35
14. Konklusion	37
15. Perspektivering - folkeskolens formål	38
16. Referenceliste	39

Herefter forefindes tre bilag.

1. Indledning

I forbindelse med indførelsen af folkeskolereformen i 2013 blev en bred politisk forliskreds enige om tre nationale mål, hvoraf det første lyder: ”Folkeskolen skal udfordre alle elever, så de bliver så dygtige, de kan” (UVM, 2017-b). Dette mål er, som de andre, blevet operationaliseret til et kvantificerbart mål, hvor det lyder, at mindst 80 procent af eleverne skal være gode til at regne i de nationale test. (UVM, 2017-b) Ser man på Undervisningsministeriets demotest (UVM, 2017-a), bekræftes Blomhøjs tese om, at matematik bliver betragtet som et nytteorienteret fag, hvor fokus kredser om kundskaber og færdigheder. (Blomhøj, 2001, s. 222) Hermed finder matematikfaget sin begrundelse alene i kræft af tradition, studieforberedende funktion og nytten af at kunne regne. Der er altså ingen forbindelse til almene dannelsesmål på trods af ligevægten i folkeskoleloven - skolens dobbelte formål. (Blomhøj, 2001, s. 222 ; MBUL, 2016-a) Et formål hvor begreber som *alsidig udvikling, virkelyst, erkendelse, tage stilling og handle, demokrati og deltagelse* (MBUL, 2016-a, §1) indgår som centrale medspillere til de pågældende kundskaber og færdigheder. I hvert fald hvis en opnåelse af *matematisk kompetence* skal finde sted. Kompetencemålet lyder: ”*Eleven kan handle med dømmekraft i komplekse situationer med matematik*” (MBUL, 2016-b), hvilket ligger op til en kobling mellem skolematematikken og livet uden for skolen.

Denne kobling betegner Lindenskov som svær, da læring er situeret. Der opstår altså et transferproblem, hvilket har tre årsager: Hverdagens matematik er usynligt tilstede, matematikkens anvendelse i undervisningen er ofte konstrueret og ikke autentisk samt den samtidige interesse for specifikke forhold og generelle sammenhænge. (Lindenskov, 2001, s. 197-198) Det manglende blik for matematik i hverdagen kommer tydeligt til udtryk i artiklen *Matematik er noget man bruger til at lave lektier med*. (Alrø, Skovmose & Valero, 2009) Elevernes manglende kobling mellem matematik i og uden for skolen kan blandt andet skyldes, at matematikundervisningen isolerer sig i sit eget univers. Et univers styret af rutinemæssige handlinger, der ikke inviterer til en transparens mellem skole- og hverdagsmatematik. Derved opleves matematikken ofte som meningsløs. (Alrø, Skovmose & Valero, 2009) *KOM-rapporten* peger på, at isolationsproblemet er til stede i et sådant omfang, at det skaber udfordringer både i forhold til indretning såvel som gennemførelse af en vellykket og udbytterig matematikundervisning. (Niss & Jensen, 2002, s. 155)

At matematikundervisningen er nytteorienteret og isoleret om sig selv, ses også i måden, hvorpå den typiske undervisning er opbygget. Denne opbygning kan, ifølge Mogensens kortlægning af området, inddeles i fem faser: *Ankomst, lektier, nyt stof, opgaveregning og opsummering*. (Mogensens, 2012, s. 49) Karakteristisk for opbygningen er rutinemæssig brug af bogsystemer og indivi-

duel opgaveregning frem for fælles samtale og refleksion. (Mogensen, 2012, s. 52) Dette fordrer ikke megen virkelyst eller stillingtagen - ej heller en kobling af matematikken i skolen til matematikken i hverdag og samfund. (Blomhøj, 1997, s. 77-84)

De undersøgelser, som er foretaget inden for området, er af ældre dato (Skovsmose, 1994), og det tyder altså på, at der er behov for nye tiltag. Dette underbygger relevansen af indeværende bachelorprojekt. Det tenderer til, at matematikundervisningen opererer inden for det traditionelle område med hovedfokus på færdigheder og kundskaber. Således bemærkes en risiko for, at formålet med matematikfaget blot bliver nytteorienteret. Denne ensidige begrundelse for matematikkens tilstedeværelse i skolen bliver et problem, idet anvendelsen af matematik får en stadig større samfundsmæssig betydning. Hermed opstår et behov for at kunne analysere og ikke mindst kritisere den samfundsmæssige anvendelse, som ofte finder sted i forbindelse med matematiske modeller. (Blomhøj, 2001, s. 230-234) En sådan almendannende matematikundervisning må udvikle kompetencer hos eleverne, der er brugbare i hele deres videre liv. Kendskab til og erfaringer med matematisk modellering er dermed et værdifuldt bidrag til almendannelsen. (Blomhøj, 2001, s. 242-243)

I dette professionsbachelorprojekt tilstræber vi et mere nuanceret billede af matematikundervisningen. En almendannende matematikundervisning tilrettelægges i form af en eksemplarisk undervisning, hvor et konkret eksempel kan føre til en helhedsforståelse. (Skovsmose, 1981, s. 64) Gennem et undervisningsforløb om matematisk modellering ønsker vi at fremme elevernes kritiske stillingtagen. Denne kritiske stillingtagen indbefatter en dualitet mellem det at blive kritisk gennem matematikundervisningen og at være kritisk over for matematikkens anvendelse i samfundet. Hermed kommer vi frem til følgende problemformulering:

2. Problemformulering

Hvordan kan et undervisningsforløb om matematisk modellering tilrettelægges, så det fremmer kritisk stillingtagen hos den enkelte udskolingselev?

3. Begrebsafklaring

I det følgende ses først en afklaring af centrale begreber, som indgår i problemformulering. Herefter følger en afklaring af andre begreber, som er gennemgående i projektet.

Kritisk stillingtagen

Kritisk: ”Som forholder sig skeptisk, undersøgende og bedømmende” (Den Danske Ordbog, 2010-a). Stillingtagen: ”Det at danne sig en mening om og tage stilling til noget” (Den Danske Ordbog, 2010-b). Kritisk stillingtagen som begreb knytter sig til de almindelige elementer i folkeskolens formålsparagraf, og begrebet skal således ses som en vigtig faktor i henhold til at; ”forberede eleverne til deltagelse, medansvar, rettigheder og pligter i et samfund med frihed og folkestyre” (MBUL, 2016-a, §1; stk. 3).

Matematisk modellering

Omhandler et af matematikfagets kompetenceområder: ”Modelleringskompetence - at kunne analysere og bygge matematiske modeller vedrørende andre felter” (Niss & Jensen, 2002, forsiden). I projektet refererer begrebet *modellering* til *matematisk modellering*.

Tilrettelæggelse af undervisningsforløb

Omhandler *planlægning, gennemførelse og evaluering* af forløbet om matematisk modellering. I projektet refererer begrebet *forløb* til vores *undervisningsforløb om matematisk modellering*. Betegnelsen *opgave / opgavedesign* refererer til den opgave, som eleverne modtager.

Professionsbachelorprojekt

Vi referer til indeværende *professionsbachelorprojekt* med betegnelsen *projekt*. Begrebet *undersøgelse* knytter sig til afdækning af projektets problemformulering.

4. Metode

I henhold til udformningen af projektet foreligger der metodiske overvejelser og valg, hvilke vi i det følgende vil redegøre for. Vores undersøgelse baseres på en kvalitativ metode. Afsnittet vil først give et overblik over projektets opbygning i form af en læsevejledning.

4.1 Læsevejledning

Projektet følger en klassisk struktur. Efter afdækning af undersøgelsesområdet i indledning, problemformulering og begrebsafklaring (afsnit 1, 2 og 3), beskrives projektets metode (afsnit 4). Herefter gøres rede for den teori, som undersøgelsen bygger på (afsnit 5-7). Så præsenteres empiri (afsnit 8), som efterfølgende analyseres (afsnit 9, 10 og 11). Løbende findes delkonklusioner på de enkelte analyseafsnit, samt en afsluttende opsamling (afsnit 12). Analysen leder frem til en diskus-

sion af udvalgte, centrale elementer (afsnit 13). Projektets resultater sammenfattes i konklusionen (afsnit 14), og slutteligt ses en perspektivering (afsnit 15).

4.2 Kvalitativ metode

Kvalitativ metode bruges betydningsmæssigt, når der henvises til indsamlet data, der ikke er struktureret på indsamlingstidspunktet og ikke har til formål at generere tal. Begrebet kvalitativ står i opposition til kvantitativ og betyder sædvanligvis; *"(...) at man interesserer sig for, hvordan noget gøres, siges, opleves, fremtræder eller udvikles"* (Brinkmann & Tanggaard, 2015, s. 13). Den kvalitative metode kan også være med til at afdække mere abstrakte begreber som læring, motivation eller i dette projekts tilfælde - kritisk stillingtagen. Metoden kan altså benyttes til at belyse menneskelige oplevelser og erfaringsprocesser. (Brinkmann & Tanggaard, 2015, s. 13-14) Om den kvalitative metode uddyber Haliker: *"Den kvalitative metode går (...) dybere ned i konteksten og fjerner også noget af det filter, vi alle sammen kan have, når vi for eksempel besvarer spørgsmål fra Gallup og som regel gerne vil fremstå som lidt sundere og bedre borgere, end vi egentlig er"* (Hoffmann, 2013). Derved kan man tale om, at den kvalitative metode ikke ser på udbredelsen af noget specifikt, men derimod på mønstre i forhold til forståelse og praksis - for eksempel en undervisningssituation. (Hoffmann, 2013) Projekt vil benytte sig af det kvalitative interview. Dette valg uddybes i det herpå følgende afsnit.

4.3 Det kvalitative interview

Metode kan oversættes med; *"(...) vejen til målet"* (Kvale og Brinkmann, 2015, s. 158). Hvis en fyldestgørende besvarelse af problemformuleringen skal finde sted, må forskningsmetoden nøje overvejes. Inden for den kvalitative metode arbejdes der med ikke-struktureret data, som kan optræde i mange forskellige former, herunder audio-optagelser foretaget i naturlige situationer og interview med dertilhørende transskriptioner. (Hammersley, 2015, s. 552) Disse nævnte metoder benyttes i indeværende projekt.

Det kvalitative interview er valgt på baggrund af projektets almendannende vinkel. Med almendannelse, herunder kritisk stillingtagen, er der tale om størrelser, som ikke umiddelbart lader sig måle og veje. Til denne praksisforskning er det kvalitative interview oplagt, da grundlaget for generelle betragtninger søges gennem det enestående og dybtgående: *"Kvalitative interviewmetoder er gode, hvis man vil udforske (...) de givne interviewpersoners (...) måde at ræsonnere på, hvad de tænker føler, oplever o.l."* (Jakobsen, Hillersdal & Walker, 2014, s. 87). Vi benytter os specifikt af det semistrukturerede interview, hvor en interviewguide holder retningen, mens forfølgelse af interviewpersonens svar giver bredde og dybde. (Jakobsen, Hillersdal & Walker, 2014, s. 89) Dermed

befinder vi os imellem den åbne hverdagssamtale og det lukkede spørgeskema. (Kvale og Brinkmann, 2015, s. 49)

Ifølge Kvale og Brinkmann (2015) findes der ingen standardprocedurer eller bestemte regler for det kvalitative interview. Begrundelsen lyder således: *”De personlige færdigheder og den respekt, der er nødvendig for at praktisere de kvalitative forskningsinterview på kompetent måde, kan ikke reduceres til metodologiske regler”* (Kvale og Brinkmann, 2015, s. 93). Interviewet beskrives som et håndværk, og jo bedre man er forberedt, des højere kvalitet får den producerede viden. (Kvale og Brinkmann, 2015, s. 151) For at træffe velovervejede beslutninger, søger vi i dette projekt primært inspiration hos Kvale og Brinkmann (2015) i form af retningslinjer og teknikker. Overvejelserne spænder vidt - som eksempel kan nævnes bevidstheden om det asymmetriske forhold mellem interviewer og interviewperson. Centrale beslutninger på baggrund af sådanne overvejelser ses i empiriafsnittet (afsnit 8), hvormed vi her udelukkende præsenterer den overordnede struktur. Metoden følger de syv faser for det kvalitative interview: *Tematisering, design af undersøgelse, interview, transskription, analyse, verifikation og rapportering.* (Kvale og Brinkmann, 2015, s. 154)

5. Kritisk stillingtagen

”Hvilke erkendelser, evner og holdninger har unge mennesker brug for i deres fremtid, så de produktivt kan analysere og tage stilling til (...) universelle udviklinger og problemstillinger og gradvist kan blive i stand til at opnå dømmekraft, medbestemmelse og deltagelse?” (Klafki, 2001, s. 99).

Sådan kan man spørge sig selv, når en begrundelse for elevers skolegang, herunder matemastikundervisningen, søges. Vi bevæger os her ind på området for almindelse. Det er oplagt, at der på et så bredt og vigtigt spørgsmål findes utallige svar. Folkeskolens formålsparagraf gør imidlertid et forsøg på at opstille rammerne:

”Folkeskolen skal udvikle arbejdsmetoder og skabe rammer for oplevelse, fordybelse og virkelyst, så eleverne udvikler erkendelse og fantasi og får tillid til egne muligheder og baggrund for at tage stilling og handle” (MBUL, 2016-a, §1; stk. 2).

I projektet hæfter vi os ved beskrivelsen *at tage stilling*. At stillingtagen er en essentiel egenskab i et demokratisk samfund, underbygges i fagformålet for faget matematik:

”Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en (...) samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matema-

tikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab” (MBUL, 2016-b, stk. 3).

Den påståede sammenhæng mellem kritisk stillingtagen og fagformålet kan begrundes således:

”At træffe valg forudsætter stillingtagen, og det forudsætter opmærksomhed på, hvad der kunne være anderledes, og hvad der hidtil er blevet taget for givet - en kritisk tilgang” (Christiansen, 2003, s. 167).

Disse begrundede nedslag i de foreskrivende tekster for folkeskolens virke har ført til, at kritisk stillingtagen må være ét, og vel at mærke et vigtigt, svar på Klafkis indledende spørgsmål. Af denne grund er målet med projektet, hvordan matematikundervisningen kan fremme kritisk stillingtagen. For at belyse dette, kræves en fremstilling af, hvad begrebet kritisk stillingtagen mere nuanceret dækker over, og hvorfor det er vigtigt. En sådan følger herunder.

5.1 Kritisk stillingtagen i matematikundervisningen

Til belysning af begrebet kritisk stillingtagen i matematikundervisningen ser vi nærmere på teori af Skovsmose, i hvilken han beskæftiger sig med begrebet *kritisk matematikundervisning*. Kritisk matematikundervisning er ikke en metode, men et perspektiv på undervisning. (Skovsmose, 1999, s. 2) Vi benytter i projektet teorierne om kritisk matematikundervisning som et led i at fremme kritisk stillingtagen.

”Matematik må gøres til genstand for kritik” (Skovsmose, 2006, s. 284). Sådan lyder Skovsmoses konklusion. Denne begrundes med den overdrevne ”tillid til tal” og matematikkens manglende transparens. (Skovsmose, 2006, s. 274) Matematikken er nemlig ikke blot beskrivende. Den bliver en forudsætning for vigtige samfundsmæssige beslutninger, men ikke nok med det. Matematikken bliver tilmed styrende for grundstrukturene i samfundet, når den anvendes foreskrivende. Dette skyldes at matematikken indeholder værdier, som bevirker, at den bliver handlingsanvisende, hvormed matematikken er i stand til at ændre samfundet. Skovsmose betegner dette *matematikens formaterende funktion*. (Munter, 1997, s. 22 ; Skovsmose, 1994, s. 152-154)

Når matematikken får denne autoritet, medfører det et paradoks, da legitimeringen af beslutninger og handlinger kan resultere i vidundere såvel som rædsler. (Skovsmose, 2006, s. 280) Blomhøj stiller det skarpt op:

”Hvis ikke demokratiet skal blive til en illusion, er det derfor nødvendig, at befolkningen kan forholde sig kritisk til hvordan anvendelse af matematik indgår i grundlaget for vigtige politiske beslutninger” (Blomhøj, 1997, s. 78).

Med denne begrundelse in mente nødvendiggøres et tydeligt fokus på kritisk stillingtagen. Dette sker ikke af sig selv: *"(...) kritik og kontrol af beslutninger baseret på matematiske modeller forudsætter matematikkompetencer, som ikke uden videre erhverves gennem det almene uddannelsessystem"* (Alrø, Blomhøj, Bødtkjær, Skovmose & Skånstrøm, 2006, s. 40).

Jacob Munter opsummerer formålet med Skovmoses kritiske matematikundervisning: Undervisningen skal; *"gøre elever i stand til at indse, forstå, vurdere, benytte anvendelser af matematik i samfundet"* og *"gøre elever i stand til at anvende matematik i samfundet, specielt i situationer som er vigtige for elevernes eget liv"* (Munter, 1997, s. 23).

5.2 Opsamling på kritisk stillingtagen

I ovenstående afsnit har vi redegjort for matematikkens almindelige potentiale i form af kritisk matematikundervisning, hvilket kan fremme elevernes kritiske stillingtagen. Vi ønsker således, at eleverne skal erkende matematikkens funktion som foreskrivende for samfundsmæssige beslutninger. Den formaterende funktion finder ofte sted i forbindelse med matematisk modellering. I næste afsnit sætter vi fokus på dette matematiske kompetenceområde.

6. Modellering

Eleverne skal kunne vurdere matematikkens anvendelse i samfundet (MBUL, 2016-b, stk. 3). Således skal eleverne have kendskab til, og mulighed for at reflektere over, matematikkens funktion i en kontekst uden for klasseværelset. Matematisk modellering er et oplagt område for denne type undervisning. Blomhøj giver følgende karakteristik:

"Al anvendelse af matematikken uden for matematikken selv forudsætter en eller anden form for modeldannelse, hvor størrelser og relationer, der ikke selv er matematik, modelleres ved hjælp af matematiske objekter og relationer" (Blomhøj, 2003, s. 51).

I afsnittet er hensigten henholdsvis at give et teoretisk indblik i matematisk modellering som kompetence, at belyse strukturen på den matematiske modelleringsproces, men også at begrunde vores valg af matematisk modellering med henblik på elevernes kritiske stillingtagen.

6.1 Modelleringskompetencen

Matematisk modellering har sit eget kompetenceområde blandt de seks færdigheds- og vidensområder, som tilhører matematikfaget. (MBUL, 2016-b)

”Modellering vedrører dels processer, hvor matematik anvendes til behandling af situationer og problemstillinger uden for matematikken, dels analyse og vurdering af matematiske modeller, som beskriver forhold i virkeligheden” (UVM, 2014, s. 16).

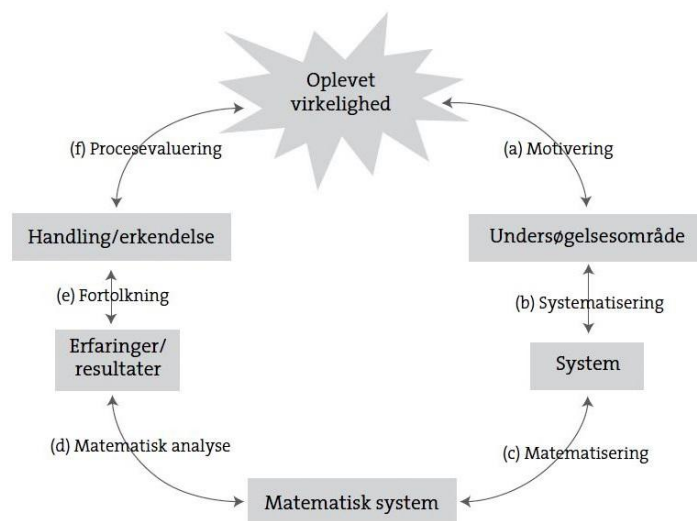
Modellering har derfor både en produktiv side, som omhandler gennemførelse af en modelleringsproces, men også en undersøgende side. Denne side af modelleringskompetencen omfatter at kunne analysere modellen kritisk i henhold til brugbarhed og relevans. (Niss & Jensen, 2002, s. 52) Ligeledes betegner modelleringskompetencen evnen til at forholde sig kritisk til andres ageren i den henseende. (Jensen, 2007, s. 126)

Modelleringskompetencen er kompleks, og den må udvikles på grundlag af konkrete erfaringer med matematisk modellering. (Blomhøj, 2003, s. 68) Hertil hører færdigheder og viden inden for matematikkens tre stofområder *tal og algebra, geometri og måling* samt *statistik og sandsynlighed*. (UVM, 2014, s. 17) Derudover indgår elementer, som ikke primært er af matematisk art. (Niss & Jensen, 2002, s. 53) Disse ”åbne” dele af modelleringsprocessen (afsnit 6.2) kan ofte være den største udfordring, men omvendt står denne håndtering af åbenhed som det centrale i modellering som læringsaktivitet. (Jensen, 2009, s. 45-46) Der kræves derfor et brud med den lærerstyrede undervisning og opgaveregning (Blomhøj, 2003, s. 52), hvilket vi beskæftiger os med senere i projektet (afsnit 7.2). Som en opsummering foresimpler Højgaard Jensen modelleringskompetencen:

”Kort og unuanceret handler denne kompetence om at kunne håndtere matematikbeskrivelser af noget der i udgangspunktet ikke er matematisk” (Jensen, 2009, s. 40).

6.2 Processen i matematisk modellering

Vi tager i projektet udgangspunkt i Højgaard Jensens model for en matematisk modelleringsproces.



Tilsvare 550 anslag
(Jensen, 2009, s. 42)

Denne model indfanger de centrale træk ved modelleringsprocessen - både når det gælder konstruktion og analyse af matematiske modeller. Modellen kan anvendes som et redskab, der hjælper læreren med at bevare overblikket, men den kan også anvendes direkte i undervisning til diskussion af matematisk modellering. (Blomhøj, 2003, s. 68) Begge dele finder sted i vores forløb, der er bygget op, så det inddrager samtlige elementer i omtalte proces.

Den cirkulære model beskriver vejen fra en oplevet virkelighed til en ny oplevet virkelighed. På vejen passeres seks erkendelsesmæssige stadier (fremhævet, grå), og imellem disse ses delprocesserne. Det skal dog bemærkes, at modellen (som pilene viser), ikke nødvendigvis skal følges sekventielt, da det ofte kan være en fordel at gå et eller flere skridt tilbage i processen. (Jensen, 2007, s. 116) *”En matematisk modellerings proces er altså en cyklisk erkendelsesproces, der ikke har noget entydigt start og slut punkt”* (Blomhøj, 2005, s. 19). Tilsvarende har matematisk modellering som udgangspunkt ikke ét bestemt formål: *”Det kan være en måde at løse et foreliggende problem på, det kan være et middel til at klare en rutinemæssig opgave lettere (...), eller motivationen kan bestå i noget helt tredje”* (Jensen, 2007, s. 116).

Herunder ses en beskrivelse af modellens delprocesser:

Motivering (a)

Det indkredses, hvad der motiverer ønsket om at konstruere eller analysere en matematisk model i en grad, der virker retningsgivende for resten af modelleringsprocessen.

Systematisering (b)

Kompleksiteten reduceres for at muliggøre en matematisk beskrivelse.

Matematisering (c)

”Oversættelsen” til matematik finder sted. Der træffes valg, som er begrænset af elevernes matematiske viden og færdigheder.

Matematisk analyse (d)

En formalisering gennem matematikken. Her tilstræbes et mål om modelresultater - at drage konklusioner ved hjælp af matematikken.

Fortolkning (e)

En kvalificering af det oprindelige undersøgelsesområde i form af handling og/eller en øget erkendelse. Her tales om intern og ekstern fortolkning i den henseende, at resultater både vurderes i henhold til resultaternes følsomhed og den kontekst, de indgår i.

Procesevaluering (f)

Modelleringsarbejdet sammenholdes med den oprindelige motivation - vurdering af brugbarhed og gyldighedsområde. Ofte vil det føre til en nødvendighed af at bygge en ny eller modificeret model.

(Jensen, 2007, s. 114-116)

6.3 Matematisk modellering i et almendannende perspektiv

”En almendannende matematikundervisning må formidle et nuanceret billede af matematikkens rolle i samfundet” (Blomhøj, 2003, s. 58). I den forbindelse er det ifølge Blomhøj (2003) essentielt at integrere matematisk modellering i undervisningen. Vi vil her begrunde, hvorfor modellering kan bidrage til, at eleverne erkender matematikkens rolle i en samfundsmæssig sammenhæng med potentiale for at fremme kritisk stillingtagen hos den enkelte elev. Til dette søger vi inspiration i Blomhøjs tre hovedpunkter, hvor han argumenterer for modelleringens vigtige rolle i matematikundervisning med et almendannende sigte. De tre hovedpunkter repræsenterer følgende:

I det moderne samfund er det, i alle livets facetter, værdifuldt at kunne anvende matematik på en reflekteret måde.

Matematikken kan af eleverne opleves anvendelig som et redskab til at forstå omverdenens fænomener. Elevernes viden og erfaringer kan danne grundlag for opstilling og kritik af simple modeller. Dermed kan modellering medvirke til, at den isolerede skolematematik brydes.

I vores kultur og i vores hverdag er matematiske modeller en integreret del, men også i teknologiske og administrative systemer spiller modeller en central rolle. Her er de grundlaget for vigtige samfundsmæssige beslutninger. Derfor må almen matematikundervisning medvirke til, at flest mulige får forståelse for matematikkens rolle og bliver i stand til kritisk at tage stilling til anvendelse af matematiske modeller i konkrete tilfælde. I den almene matematikundervisning kan inddragelse af matematisk modellering bane vej for udvikling af kritisk dømmekraft.

(Blomhøj, 2003, s. 69-70)

6.4 Opsamling på modellering

Vi har ovenfor set på henholdsvis modelleringskompetencen, modelleringsprocessen samt det potentielle afkast af matematisk modellering i form forståelse for matematikkens rolle i et samfundsperspektiv. Med udgangspunkt i ovenstående overvejelser falder spørgsmålet nu på, hvordan disse

teorier implementeres og anvendes i en undervisning, som i praksis kan fremme kritisk stillingtagen hos den enkelte elev.

7. En didaktisk vinkel

Det er en kendt sag, at didaktik rummer uendelig mange aspekter, som kan have indflydelse på undervisningens udfald. Derfor belyses her et bevidst udvalg af didaktiske områder, som vurderes at være af særlig relevans i forbindelse med tilrettelæggelse og gennemførelse af vores forløb. De følgende afsnit omhandler således: *Principper for opgavedesign, det didaktiske dobbeltspil, didaktiske og adidaktiske situationer samt den didaktiske kontrakt.*

7.1 Low Threshold, High Ceiling

Opgavedesignet har til hensigt at invitere eleverne til en modelleringsproces, som kan fremme kritisk stillingtagen. Med formuleringen; "(...) den enkelte udskolingselev" (afsnit 2), tager vi udgangspunkt i en differentieret undervisning. Vi refererer her til princippet om undervisningsdifferentiering ud fra følgende definition: "*Et princip for tilrettelæggelse og gennemførelse af undervisningen i en klasse eller gruppe, hvor den enkelte elev tilgodeses, samtidig med, at man bevarer fællesskabets muligheder*" (Christensen, 2008, s. 52).

Allerede i opgavedesignets invitation til modelleringsprocessen har differentieringen stor indflydelse på, hvor mange elever der bringes ind i denne proces og dermed indflydelse på, om kritisk stillingtagen fremmes hos den enkelte elev. Kravet om undervisningsdifferentiering tilfalder i høj grad lærerens tilrettelæggelse af undervisningen. (Andersen & Weng, 2013) I det følgende ser vi nærmere på teorier fra projektet *NRICH* (University of Cambridge, 2015) for at integrere undervisningsdifferentiering i forløbets opgavedesign.

Formålet med *NRICH* lyder: "*To enrich mathematical experiences so that all students have the opportunity to explore, engage with and communicate mathematical ideas*" (University of Cambridge, 2015). Den "rigere" matematik skal udvikles gennem; "*(...) challenging activities and resources which can develop mathematical thinking and problem solving skills (...) in engaging and meaningful contexts*" (University of Cambridge, 2015).

Fra *NRICH* benytter vi os af teorien *Low Threshold, High Ceiling (LTHC)*. Tidligere leder af *NRICH*, McClure (2011), beskriver, hvordan begrebet *LTHC* anvendes om matematikopgaver, hvor der er "lav indgangstærskel" og "højt til loftet". En analogi som henviser til, at næsten alle har mulighed for at "komme ind" i opgaven. Opgaven formår altså at få langt de fleste elever med. Samtidig er opgaven karakteriseret ved, at det høje loft giver mulighed for at arbejde på flere niveauer.

Altså begrænser opgaven ikke den fagligt stærke elevgruppe. Den store fordel ved denne type opgave er, at den fremmer en positiv klassekultur: "(...) *the whole class does maths together*" (McClure, 2011). Dette medfører ifølge McClure, at klassen kan arbejde med samme matematiske emne, hvormed den enkelte elev ved, hvad de øvrige elever laver. Samtaler på tværs af hele klassen kan derfor i langt højere grad give mening. Disse diskussioner står netop som en central del af forløbet. Dermed slår McClure fast, at antallet af elever, som enten keder sig eller kommer bagefter, falder ved brug af LTHC. De "højtflyvende" kan inddrage matematik af stigende kompleksitet i deres undersøgelser, mens de mindre sikre elever kan tage fat der, hvor opgaven er af simple og mere gennemskuelig karakter. McClure ser således store fordele i LTHC: "*When the ceiling is raised it can be surprising what heights learners can achieve*" (McClure, 2011).

7.2 Didaktiske situationer

Dette afsnit vil være centraliseret om dele af Guy Brousseaus mangesidige teori om didaktiske situationer: *Det didaktiske dobbeltspil, didaktiske og adidaktiske situationer og den didaktiske kontrakt*. (Winsløw, 2006, s. 133) Denne teori er valgt med henblik på at kunne overføre de ovenstående afsnit til et didaktisk scenarie i form af vores forløb.

7.2.1 Det didaktiske dobbeltspil

Inden for denne didaktiske tænkning skelnes der mellem to former for faglig viden: *Personlig viden* og *officiel viden*. Som navnet antyder, så omhandler den personlige viden individets forestillinger og ideer om et specifikt emne. Disse er altså fastgjort til en konkret situation og vil ofte være implisitte og uformelle. Den officielle viden er den, som beskrives i blandt andet lærebøger og videnskabelige artikler, hvilket gør den til eksplicit viden og dermed officiel. (Winsløw, 2006, s. 134) Teorien om didaktiske situationer har det epistemologiske udgangspunkt, at ny viden opnås gennem; "*udvidelse af den personlige viden (...) og ved efterfølgende formalisering til officiel viden (...)*" (Winsløw, 2006, s. 134). Derfor må læreren, selvom det kan være fristende, ikke blot præsentere eleverne for den officielle viden, da dette vil forhindre udvidelsen af den personlige viden. Om dette udtaler Brousseau, at læreren skal re-personliggøre den officielle viden, hvilket gøres ved at opstille betingelser: "*(...) conditions (...) are essential if she [the student] is to make sense of this knowledge*" (Brousseau, 1997, s. 22-23). Disse betingelser kan oversættes til *didaktisk miljø*. Et miljø der har til hensigt at udvikle elevernes personlige viden, og som dannes af de omgivelser, læreren stiller til rådighed for eleverne. Ligesom alle andre miljøer kan være positive eller negative, kan et didaktisk miljø være positivt eller negativt i forhold til undervisningens formål - i dette tilfælde at fremme kritisk stillingtagen. I et optimalt indrettet didaktisk miljø vil man kunne iagttage elevernes op-

nåelse og udvikling af deres personlige viden, hvilket skal ses som miljøets vinderstrategi. (Winsløw, 2006, s. 135) Lærerens opgave er således at skabe et didaktisk miljø, hvor eleverne altid vinder spillet. (Winsløw, 2006, s. 138) I folkeskoleloven står der endvidere: ”*Undervisningens tilrettelæggelse (...) skal i alle fag leve op til folkeskolens formål, mål for fag samt emner og varieres, så den svarer til den enkelte elevs behov og forudsætninger*” (MBUL, 2016-a, §18).

7.2.2 Didaktiske og adidaktiske situationer

Med ovenstående in mente må en moderne læringssituation stille et krav til læreren om at formulere opgaver, som eleverne kan acceptere, så eleverne interagerer og deltager af egen fri vilje. (Brousseau, 1997, s. 30) Fra elevernes accept af opgaven til de har forsøgt at finde et svar herpå, må læreren afstå fra den officielle viden og have fokus på elevernes udvikling af personlig viden. Her kan man tale om en adidaktisk situation, hvor eleverne arbejder uden lærerens indblanding. (Winsløw, 2006, s. 139) Det er i de adidaktiske situationer, at tilegnelse af viden for alvor finder sted. (Brousseau, 1997, s. 30) Modsat de adidaktiske situationer findes de didaktiske situationer, hvilke forekommer, når læreren involverer sig i opgaveløsningen. Man kan tale om, at en undervisningssituationen har flere hovedfaser, hvor nogle er didaktiske og andre adidaktiske. Herunder ses Winsløws bud på en gennemførelse af hovedfaserne. Under udvalgte faser vil der være kommentarer på, hvilke udfordringer samt muligheder læreren har i den pågældende fase:

Devolution

Eleverne introduceres til opgaven og betingelserne for denne. Her overgiver (devoluerer) læreren altså det didaktisk miljø til eleverne. I denne fase skal læreren give plads til, at eleverne kan stille spørgsmål til opgaven. (Winsløw, 2006, s. 138) Lærerens udfordring er i denne fase at designe/finde matematiske opgaver, som eleverne kan acceptere. (Clemens, 2013, s. 146 ; Brousseau, 1997, s. 30)

Handlingssituationer

Læreren stiller sig i baggrunden og indtager en observatørposition, alt imens det didaktiske miljø udforskes af eleverne. I fasen gives der ingen hjælp, men miljøet kan tilpasses, hvis læreren finder den første devolution værende for svær. (Winsløw, 2006, s. 138)

Formuleringssituationer

Eleverne opstiller her de første hypoteser i forhold til en eventuel løsning af den stillede opgave. Læreren kan bede om en præcisering ved upræcist formulerede hypoteser, hvilket gøres for, at de kan bruges i forbindelse med en diskussion samt afprøvning. (Winsløw, 2006, s.

138) Denne fase er i en vis grad dialogbaseret, hvilket kan tilgodese princippet om undervisningsdifferentiering (afsnit 7.2.1).

Valideringssituationer

Fasen fokuserer på at validere eller afvise de opstillede hypoteser. Her er det lærerens opgave at vurdere, om der skal laves organisatoriske ændringer, så den personlige viden kan fremmes. (Winsløw, 2006, s. 139) Altså skal læreren evaluere elevsvarene. (Clemens, 2013, s. 147)

Institutionalisering

Den officielle viden fremsættes, og der samles op på valideringsprocessen. I fasen kan eleverne få blik for den officielle viden samt få ideer til at bygge videre på denne efterfølgende. (Winsløw, 2006, s. 139)

Det fremgår, at den primære læringsituation finder sted i de adidaktiske situationer, altså i elevernes samspil med det didaktiske miljø. Endvidere kan de fem faser ses som en ramme for undervisningen, hvor et grundlæggende dilemma opstår i; *"(...) balancegangen mellem frihed og kontrol og mellem struktur og proces"* (Løw, 2014, s. 155).

7.2.3 Den didaktiske kontrakt

"If this devolution takes place, the students enter into the game and if they win learning occurs" (Brousseau, 1997, s. 31). Hvis eleverne skal vinde spillet, er det altså afgørende, at eleverne accepterer det opstillede didaktiske miljø og deltager aktivt. Læreren er ansvarlig for, at eleverne kan få succes i de adidaktiske situationer. (Winsløw, 2006, s. 145) Dette forpligter læreren på at stille eleverne i stand til at reproducere den tilegnede viden i forskellige situationer. Det er ikke tilstrækkeligt, at eleverne blot kan anvende sin viden i én bestemt situation. Eleverne må have en intuitiv bevidsthed om, hvordan denne viden bruges, hvilket stiller dem i stand til at lykkes i alle situationer. (Brousseau, 1997, s. 34) Der foreligger altså nogle gensidige forpligtelser, som kaldes for den didaktiske kontrakt, ikke forstået som en eksplicit formuleret kontrakt - nærmere metaforisk. (Winsløw, 2006, s. 144)

Blomhøj karakteriserer den didaktiske kontrakt: *"En kontrakt der danner rammerne for virksomheden både i klassen som helhed (...) samspillet mellem læreren og de enkelte elever og mellem eleverne indbyrdes"* (Blomhøj, 1995, s. 16). Denne kontrakt vil i et vist omfang være influeret af både institutionelle rammer og lærerens opfattelse af faget, og derved bliver den didaktisk kontrakt et redskab til at balancere; *"alle disse mange forskellige opfattelser, forventninger og krav"* (Blomhøj, 1995, s. 16). Den førømtalte gensidighed ses tydeligt, hvis ikke en læringsproces har fundet sted: *"(...) the student is put on trail for not having fulfilled what was expected of her, but so is the*

teacher (...)” (Brousseau, 1997, s. 32). I dette tilfælde kan en utilsigtet virkning af den didaktiske kontrakt opstå, hvis eleverne bliver for optagede af at honorere læreres krav. (Blomhøj, 1995, s. 18) På trods af den didaktiske kontrakts negative effekter, er den en uundværlig del af undervisningen. (Winsløw, 2006, s. 150)

Til den didaktiske kontrakt knytter Blomhøj tre elevvirksomhedsformer. *Den indledende elevvirksomhed* afspejler et ønske om at indordne det aktuelle forløb under den sædvanlige didaktiske kontrakt. Dette kan eksempelvis komme til udtryk gennem de spørgsmål, som eleverne stiller. Eleverne, der forbliver i den indledende virksomhed, vil have svært ved at perspektivere til generelle træk ved resultaterne af deres virksomhed. (Blomhøj, 1995, s. 22) *Den løsningsorienterede elevvirksomhed* er karakteriseret ved, at eleverne bliver i stand til at tilpasse deres virksomhed under den sædvanlige didaktiske kontrakt. Diskussion af meningen med og resultaterne af opgaven undertrykkes til fordel for kvantitative mål såsom at løse så mange opgaver så hurtigt som muligt. Erfaringsforudsætninger for undersøgelse og stillingtagen er dog til stede hos denne gruppe, men der reageres ikke herpå. (Blomhøj, 1995, s. 23) *Den reflekterende elevvirksomhed* betegner arbejdet hos de elever, som netop reflekterer over opgaverne. Her ses en sammenhæng med følelsesmæssige omstændigheder. (Blomhøj, 1995, s. 23) Når målet er at fremme elevernes kritiske stillingtagen, er den reflekterende elevvirksomhed således tilsigtet. Det understreges, at de tre virksomhedsformer kan vekselvirke under forløbet, hvormed udvikling er mulig. (Blomhøj, 1995, s. 21)

8. Empiri

I dette afsnit præsenteres den indsamlede empiri, som analyseres ved hjælp af teori fra de foregående afsnit. Empirien blev indsamlet i en gennemsnitlig 8. klasse med 24 elever, hvor vi fik mulighed for at undervise i seks lektioner á 45 min. Undervisningen blev organiseret som tre sekvenser fordelt over tre på hinanden følgende dage. Til denne undervisning konstruerede vi et undervisningsforløb, som havde til formål at fremme kritisk stillingtagen hos den enkelte elev i klassen.

Skovmoses ”Familie-Journalen” (1994) er den primære inspiration til forløbet - dog opdateret og videreudviklet i henhold til nutidens digitale muligheder og redskaber. En begrundet undervisningsplan for forløbet ses i bilag 1. Forløbet er struktureret efter henholdsvis Brousseaus didaktiske situationer (afsnit 7.2), LTHC-teorien (7.1) samt den matematiske modelleringsproces (afsnit 6), hvilket fremgår af undervisningsplanen.

Jævnfør valget af den kvalitative metode konstruerede vi guides til semistrukturerede *før-* og *efter-interview*. Denne tilgang er valgt for at få indblik i elevernes forhåndsforståelse, herunder

holdning til matematik, den typiske matematiktime, bevidsthed om matematikkens funktion i samfundet samt kendskab til matematisk modellering. Dermed er det muligt at følge elevernes udvikling i forløbet, idet vi i det afsluttende interview fokuserer på henholdsvis oplevelsen af arbejdet gennem forløbet, perspektivering af matematikkens funktion i samfundet, kritiske tanker om fordeling af børne- og ungeydelse samt egen vurdering af udbytte. Dette ses uddybet i de to interviewguides, der er at finde i bilag 2 og 3. Projektets interviewguides er udformet med forskningsspørgsmål, som er omformuleret til interviewspørgsmål. (Tanggaard & Brinkmann, 2015, s. 40) Til omskrivning af spørgsmålene til eleverne har vi søgt inspiration hos Alrøe, Skovsmose & Valero (2009).

Med hjælp fra klassens lærer udvalgte vi fire *fokuselever*, som vi fulgte gennem forløbet. Gruppen bestod af to drenge og to piger, og disse elever blev valgt ud fra forudsætningen om, at deres faglige niveau skulle være spredt, hvormed vi har mulighed for at bevare en høj validitet i henhold til projektets fokus på den enkelte udskolingselev. I projektet anonymiseres fokuseleverne og benævnes *E1*, *E2*, *E3* og *E4*.

Undervisningen blev afviklet i overensstemmelse med førnævnte undervisningsplan. Under opsamling og klassediskussioner valgte vi at foretage audio-optagelser af fokuselevernes kommentarer. Disse benævnes *proces-interview*, idet samtalen, som ved før- og efter-interview, finder sted mellem fokuseleven og os som undervisere. Forskellen er, at situationen her er mere spontan (ikke semistruktureret), idet der er tale om nedslag i dialoger, hvor deltagelse og påvirkning fra klassens øvrige elever spiller ind. I proces-interview ses citater fra *E1*, *E2* og *E3*. Dermed har vi samlet set tre typer data: Før-interview, proces-interview og efter-interview. Progressionen har til formål løbende at vise tegn på elevernes udvikling. Undervisningen blev evalueret formativt (Albæk & Rieper, 2005) fra sekvens til sekvens for at tilpasse vores støtte og udfordring bedst muligt. Skriftlige eksempler på elevernes arbejde i forløbet kan ses på følgende link: <https://goo.gl/dcjCHX>

Før-interviewet med fokuseleverne fandt sted dagen inden første undervisningssekvens. Her blev elevgruppen præsenteret for deres rolle i projektet, herunder information om interview, audio-optagelse, anonymisering samt mulighed for at stille spørgsmål. Alle fire elever indvilligede i at deltage. Efterfølgende blev eleverne interviewet enkeltvis. Interviewene fandt sted i et, for eleverne, kendt lokale. I interviewsituationen sad interviewer og interviewperson over for hinanden, mens en observatør befandt sig i baggrunden for at mindske det asymmetriske forhold. (Jakobsen, Hillersdal & Walker, 2014, s. 87) Observatørens rolle var at give interviewer feedback mellem interviewene. Denne struktur, herunder vores rollefordeling, er bevaret i før- såvel som efter-interview. Dermed søgte vi at opnå en kontinuitet gennem de otte interview. Audio-optagelserne blev herefter

transskriberet. For at sikre en ensartet transskription af interviewene, med henblik på reliabiliteten, udarbejdede vi følgende retningslinjer:

- Intervieweren og interviewpersonen fremgår som henholdsvis *I* og *E1*, *E2*, *E3*, *E4*.
- Andre elever, som indgår i klassedialog i proces-interview, benævnes *EX*.
- Egennavne som fremgår i interviewet anonymiseres. Følgende erstattes af et bogstav i parentes. Klassens lærer (*L*). Klassens støttelærer (*S*).
- Interviewene transskriberes direkte, dog undlades ordlyde såsom ”øhh” og ”hmm”.
- I tilfælde hvor ord eller meningsbærende elementer er udeladt, laves en tilføjelse i klammer [*tilføjelse*].
- Transskriptionen udføres i henhold til dansk retskrivning - ord udtalt som *ik'* og *li'* fremgår i transskriptionen som *ikke* og *lide*.
- Tænkepauser i interview fremgår med tre punktummer ...
- Interviewerens korte bekræftelser såsom *ja* og *okay* sideløbende med interviewpersonens forklaringer er udeladt.
- Ved proces-interview springes der i tid, idet vi primært har fokuselevernes kommentarer i sigte. Dette fremgår ved linjeskift i transskriptionerne.

De fulde transskriptioner af før-, proces- og efter-interview kan ses på følgende link:
<https://goo.gl/Q1ZbMa>

9. Analyse - behandling af data

I det følgende afsnit analyseres empirien, som vi beskrev i foregående afsnit. Analysen finder sted på baggrund af den i de foregående afsnit præsenterede teori. Jævnføringer (jf.) referer her til teoretikerne i disse afsnit. For at gøre analysen overskuelig samt tilstræbe en dybdegående behandling med henblik på besvarelse af problemformuleringen ses analysen opdelt i emnebaserede del-afsnit. Herunder beskrives den sortering, som har fundet sted før analysen påbegyndes.

9.1 Sortering i hovedemner

Første trin inden analysen var at grovsortere information i transskriptionerne fra samtlige interview. Her benyttede vi en fremgangsmåde, hvor vi først kategoriserede citater ved hjælp af farvekoder. Hovedemner blev valgt ud fra centrale begreber i problemformuleringen: Tegn på kritisk stillingtagen - eller mangel på samme, kendskab til eller tanker om matematisk modellering, undervisningsdifferentiering herunder LTHC samt didaktiske situationer. Her skal det bemærkes, at et citat place-

ret under ét hovedemne kan indeholde information, som passer under et eller flere af de andre hovedemner. Kategoriseringen resulterede i en stor mængde citater opdelt efter henholdsvis elevnummer og de ovenstående hovedemner. Efterfølgende har en frasortering af ikke relevante citater fundet sted. En samling af de citater, som indgår i analysen, er at finde på følgende link: <https://goo.gl/CpHbWH>

Endvidere er nogle citater i analysen forkortet uden at ændre betydningen. Her erstattes det udeladte med ”(...)”.

10. Analyse - kritisk stillingtagen før forløbet

I indeværende afsnit behandles det udgangspunkt, som fokuseleverne havde inden deres medvirken i forløbet. Her beskæftiger vi os med elevernes forudsætninger samt de tegn på kritisk stillingtagen, der blev observeret før forløbet.

10.1 Elevernes forudsætninger

I denne del af analysen ser vi nærmere på, hvilke forudsætninger eleverne har for at gennemføre modelleringsforløbet. Forudsætningerne er (jf. Blomhøj) afgørende for elevernes udbytte af undervisningen. Alle fire fokuselever kommer i før-interviewet ind på den typiske matematiktime samt deres måde at arbejde på. Som det første svarer eleverne på, hvad de synes om matematik:

E1; *Altså, jeg kan godt lide at have matematik. Altså nu er jeg også en af de drenge, der går meget op i naturfag, matematik og så videre. Ikke bare er det noget, jeg kan lide her i skolen, det er også en interesse, jeg faktisk også har i fritiden.*

E2; *Jeg har altid haft en matematikhjerne, så jeg kan godt lide matematik, og jeg (...) kan fordybe mig i forskellige ting.*

E3; *Jeg synes, det er meget ... meget fedt egentlig. (...) nogle gange så er jeg ikke så vild med matematik, men det kommer lidt an på, hvad vi laver.*

E4; *Det ved jeg ikke ... det er sådan lidt forskelligt. Nogle gange er det sådan sjovt og nogle gange, så er det kedeligt.*

Svarene på spørgsmålet viser, at både E1, E2 og E3 generelt synes godt om matematik, hvor særligt E1 udtrykker sin begejstring for faget. Det er noget denne elev bruger meget tid på, mens E3 udtrykker, at det kommer an på indholdet og tilføj:

(...) og så det der med, man kan blive sådan lidt fanget af det, hvis man når til noget, der er helt vildt spændende.

E4 er derimod mere forbeholden i sit svar. Det er kun nogle gange, at denne elev synes om matematikken. Vi har altså at gøre med fire elever, der repræsenterer forskellige holdninger til faget.

De fire fokuselever har samme forklaring af strukturen på den typiske matematiktime i klassen.

Dette opsummeres af følgende svar:

E2; (...) *det er bare faste rammer, vi bare skal følge (...) det er ikke sådan, at vi selv må bestemme, hvordan vi løser opgaven (...).*

E1; *Altså vi har altid et kapitel i bogen, som vi arbejder med. Men så må du bare arbejde med det, bliver du færdig, må du gå ind på Matematikfessor eller andre hjemmesider, vi har at arbejde på.*

E2; *Det er ikke fordi, vi har de store diskussioner i klassen om matematik (...).*

Det ses, at klassen følger en traditionel struktur på undervisningen med nyt stof efterfulgt af opgaveregning (jf. Mogensen). Desuden gøres der under opgaveregningen brug af klassesdeling efter fagligt niveau:

E3; *Vi plejer nogle gange at blive delt op i nogle forskellige grupper (...) hvor man sådan er på samme niveau med dem her, man så sidder og laver det med (...) Og det synes jeg egentlig fungerer meget godt.*

Der er forskellige syn på den typiske struktur på matematiktimerne. E3 er af den opfattelse, at den traditionelle fremgangsmåde kan blive triviell, men mener samtidig, at det er den eneste måde, hvor på man kan lære matematik:

Ja ... nogle gange der kan det jo godt blive lidt det samme (...) hvis man for eksempel sidder og arbejder med et emne i rigtig lang tid (...) man kan godt blive lidt træt af det, hvis man går tør i det.

(...) men du skal også yde noget for at lære det. Du skal ... der er kun den ene måde at lære det på, som så er at øve det mange gange.

E1 fremhæver fleksibiliteten i de frie opgaver, når regnestykkerne i bogen er lavet. Det er her, eleven får udfordring og arbejder bedst:

Ja, for det giver en meget stor fleksibilitet (...) så snart du er færdig med det, der er bestemt, så kan du lave, hvad du har lyst til.

Ligeledes er det ikke opgaverne i bogen, men derimod matematikafleveringerne, som udfordrer E2:

Det er nok mere matematikafleveringerne, jeg får udfordringer i, fordi det er nogle lidt større opgaver, det er ikke sådan nogle korte nogen.

Selvom E1 ser en fleksibilitet, er E4 ikke begejstret for denne struktur.

Altså, jeg synes, bogen det er rigtig kedeligt at lave. Fordi ... jeg forstår ikke helt de opgaver, der er i bogen. Men når vi sådan laver Matematikfessor, det synes jeg er meget sjovt. (...)

Og så får man også svar på, om det er rigtigt eller forkert.

Det viser sig, at eleven er præget af en tilgang til matematikken, hvor man skal finde det rigtige svar. Denne indstilling underbygges af E1:

(...) du ved, der er et svar, så du kan blive ved og ved, indtil du finder det rigtige svar.

E4 tvivler på sig selv i henhold til at lære matematik:

(...) jeg tror bare ... jeg tror ikke, jeg forstår det på den sådan ... på den måde vi ligesom sådan skal ... ja, jeg er ikke så god til at forstå det (...) jeg gad godt blive sådan god til matematik.

Samtidig søger E4 lærerens opmærksomhed under opgaveløsningen:

Jeg kan godt lide, når man sådan ligesom får opmærksomhed af læreren. Altså sådan at de hele tiden er der for at hjælpe én.

Modsat har E3 det godt med, hvis matematiktimen er mere frit struktureret uden for meget styring fra lærerens side. Dog refereres der forsat til arbejdet med faste opgaver:

Og der synes jeg, det er ret fedt, når vi for eksempel får sådan ... frit ... for eksempel hvis vi nu selv må vælge (...) så der ikke er noget: 'I dag skal I være nået hertil' (...) Så når man selv så langt, man kan nå (...) den der følelse af at i matematik der er det lidt mere afhængigt af én selv.

Eleverne spørges til begrebet modellering, herunder matematisk modellering. To af eleverne gør sig tanker om, hvad modellering er:

E1; *At modellere? Altså at kreere sin egen form for model af et eller andet.*

E4; *Ja sådan, når man leger med modellervoks.*

Selvom begrebet matematisk modellering for nogle virker bekendt, mener eleverne ikke, at de har arbejdet med dette tidligere:

E2; *Jeg har hørt ordet før, men det er aldrig noget, vi har været inde på.*

10.1.1 Delkonklusion

De ovenstående besvarelser i før-interviewene med fokuseleverne giver et indblik i den matematikundervisning, som eleverne er vant til. Disse forudsætninger har betydning for, hvordan eleverne responderer på vores forløb. Svarene fra eleverne kan sammenfattes til følgende karakteristik af klassens didaktiske situationer:

Det ses, at eleverne normalt stræber mod den officielle viden i form af den korrekte metode og et rigtigt svar. Det tyder således på, at en repersonliggørelse ikke finder sted, hvilket kan vanskeliggøre elevernes accept af opgaverne (jf. Brousseau). Denne accept er en nødvendighed for elevernes succes (jf. Winsløw). Ligeledes gives der udtryk for, at undervisningen er lærerstyret, hvormed adidaktiske situationer (jf. Winsløw) sjældent forekommer. Der er dog delte meninger om behovet for at arbejde adidaktisk. Nogle vil gerne arbejde frit og selvstændigt, mens andre ønsker støtte fra læreren. Der tegner sig dermed et samlet billede af en fasttømret didaktisk kontrakt (jf. Brousseau), som bærer præg af matematikundervisning i traditionel forstand (jf. Mogensen). Således bliver vores forløb mere eller mindre et brud på den sædvanlige struktur i klassens matematiktimer.

10.2 Tegn på kritisk stillingtagen før forløbet

I den følgende del af analysen ser vi nærmere på elevernes tanker om matematik. Hensigten er at kortlægge elevernes evne til kritisk at tage stilling til matematikkens anvendelse og relevans i et samfundsperspektiv. Her indgår både tegn på den personlige og den samfundsmæssige anvendelse såvel som tanker om behovet for matematik i elevernes fremtid.

Det første spørgsmål omhandler brugen af matematik uden for skolen. Hos tre af fokuseleverne er første indskydelse, at de bruger matematik i forbindelse med indkøb:

E1; *Det ved jeg ikke. Når jeg sjældent er ude at købe ind for min mor.*

Foruden indkøbseksemplet ses tendenser til, at elevernes tanker falder på noget skolerelateret, selv om vi spørger til anvendelse uden for skolen:

E2; *Når jeg hjælper min søster med at lave lektier.*

E1; (...) *altså jeg bruger den ikke praktisk, men jeg bruger den på at lære mere om matematik.*

Et så snævert syn på elevernes egen anvendelse af matematik underbygger tesen om, at matematikken er usynligt til stede i hverdagen (jf. Lindenskov). E3 bekræfter:

Det er ikke altid, jeg lige selv lægger mærke til det, at jeg måske bruger det i hverdagen (...).

Matematikken isolerer sig i sit eget univers (jf. Alrø, Skovmose & Valero), hvor det at regne i bogsystemet ophøjes til målet med matematikken. Dette ses også i foregående afsnit af analysen. På samme måde er målet for E4 at blive god til matematikprøverne i skolen:

(...) hvis jeg får sådan en prøve, så kan jeg godt tænke 'fuck', fordi i de der prøver, der kan jeg ikke sådan rigtig finde ud af det. Og så gad jeg godt kunne blive lidt bedre til det, når vi sådan får en i niende.

Efter nærmere refleksion kommer et andet eksempel omhandlende fritidsjob i spil hos E2 og E4:

E2; *Ja, altså mit arbejde, jeg har et fritidsjob i ferierne (...) ude ved (...) et blomsterfirma (...) hvor man ligesom skal tælle og lave buketter og alt sådan noget. Så der bruger jeg meget mit matematik, altså hvor mange stilke skal jeg have, for at jeg får en buket, og jeg skal have halvtreds containere.*

E4; *Sådan ... på mit arbejde kunne jeg godt gøre det (...) hvis jeg for eksempel skulle købe en ting, fordi så får jeg jo procenter ... kunne jeg godt sådan lige regne ud, at hvis de her koster sådan ... 2000 kr. og så 44 procent ... så skal jeg til at regne det ud.*

E3 kommer med bud på matematik som en forudsætning for handlinger, hvor synligheden ikke umiddelbart eksisterer. Her forholder eleven sig kritisk til, hvor matematikken spiller en rolle i dagligdagen (jf. Munter):

(...) jeg ved ikke helt, om det er matematik, det vil jeg tro ... altså hvis du skal planlægge noget ... noget med tid. Fordi (...) mine forældre de er skilt, så nogle gange så skal der en del planlægning ind.

Ved spørgsmål til elevernes fremtidige anvendelse af matematikken, er det dog nytteperspektivet, i form af den studieforberevende funktion, der skinner igennem (jf. Blomhøj). For E1 og E2 handler den fremtidige brug af matematik primært om uddannelse. De udtrykker her behovet for matematik i fremtiden:

E1; *Ellers ville jeg ikke bruge al den tid, jeg bruger på det nu (...) jeg er egentlig ikke så fastlåst på, hvilken uddannelse jeg vil på endnu, men et eller andet der har med matematik og noget naturfagligt at gøre.*

E2; *(...) jeg vil gerne være dyrlæge (...) Men hvis jeg ikke kan blive dyrlæge, så bliver det nok et eller andet matematisk noget.*

E4 mener, at kun dele af matematikken er brugbar i fremtiden. Hos denne elev opfattes matematikken særligt isoleret:

(...) procent det kan man jo bruge (...) når man ligesom shopper tøj og sådan. Og plus når man handler ind. Men ikke (...) så meget sådan arealberegning (...) Jeg tror også, der er meget, man skal bruge, hvis man skal være arkitekt eller sådan noget.

Hos E3 skal matematikken i fremtiden fortsat bruges i de daglige handlinger, men uddannelse er i tankerne:

Jeg regner med det i dagligdagen, og så regner jeg også lidt med det i for eksempel uddannelse og sådan noget.

Vi beder herefter eleverne forholde sig til, hvor matematikken anvendes i samfundet generelt. I dette tilfælde ses hos E1 tegn på en indsigt i matematikkens anvendelse (jf. Munter):

(...) du kan sige økonomi er matematikken en kæmpe stor del af, og så ... så kan du sige infrastruktur på alle mulige måder. Computere indeholder også meget matematik, altså nu har jeg selv lært lidt med kodning (...) Design kan du bruge det (...) Økonomi også, økonomi som finansloven og sådan noget (...).

E4 kan slet ikke komme på en samfundsmæssig betydning, mens E2 har et mindre nuanceret billede:

Det er jo, hvordan vi bruger vores penge. Altså hvad vores penge skal bruges på i skat og sådan (...).

Bevidstheden, om at matematikken spiller en stor rolle, er til stede hos E3, men eksemplerne er få:

Altså den bruges vel i uddannelse og sådan noget (...) måske forskning eller ... ja, hvis du prøver at bygge et eller andet (...) der er helt sikker også mange andre ting. Jeg ved bare ikke lige helt præcis hvad for nogen.

10.2.1 Delkonklusion

I afsnittet ses det, at elevernes udgangspunkt i forhold til kritisk stillingtagen er forskelligt:

E1 reflekterer over matematikkens anvendelse i samfundet, dog uden at forholde sig til matematikkens formaterende funktion (jf. Skovsmose). Eleven har et nytteorienteret syn på matematikken, og opdager stort set ikke sin egen anvendelse af matematikken uden for skolen. Det er tydeligt, at eleven fokuserer på matematikkens studieforberedende funktion (jf. Blomhøj).

E2 er i mindre grad reflekterende i forhold til matematikkens anvendelse i samfundet. Til gengæld er denne elev mere opmærksom på egen brug af matematik. Også her ses det dog, at matematikken opleves isoleret - matematikken bruges til at lave lektier med eller i fremtidig uddannelse.

E3 gør sig tanker om matematikkens anvendelse i samfundet, men kan ikke som E1 give reflekterede eksempler herpå. Derimod udvises den største indsigt i, hvor matematikken anvendes i elevens dagligdag.

E4 viser de svageste tegn på kritisk stillingtagen, da der ikke umiddelbart findes indsigt i matematikkens anvendelse i samfundet. Svarene fra interviewet rækker ikke længere end til konkret anvendelse af procentregning og addition. Eleven giver udtryk for, at matematikken kun er relevant i skolen, mens anvendelse i fremtiden tilnærmelsesvis udelukkes.

Fælles for fokuseleverne er, at de i høj grad oplever matematikken som situeret i skole- og uddannelsessammenhæng (jf. Lindenskov). Desuden bidrager elevernes optagethed af den studieforberedende funktion ikke til opnåelse af fagformålet stk. 3 (jf. MBUL). Kritisk stillingtagen gennem matematikundervisningen og at være kritisk over for matematikkens anvendelse i samfundet opleves dermed kun i begrænset omfang.

11. Analyse - kritisk stillingtagen gennem forløbet

I de følgende delafsnit af analysen, stiller vi skarpt på, hvordan henholdsvis didaktiske situationer, modelleringsprocessen og inspirationen fra LTHC har medvirket til at fremme kritisk stillingtagen hos den enkelte elev. Grundlaget for afsnittene er empirien fra proces- og efter-interview. Dermed søger vi at identificere en udvikling hos eleverne efter gennemførelse af forløbet, hvor udgangspunktet ses i de foregående afsnit af analysen.

11.1 Didaktiske situationer i forløbet

Hvis en udvikling mod kritisk stillingtagen skal finde sted, er det første skridt, at devolutionen (jf. Winsløw) er tydelig, og at den medfører en accept af opgaven. Efter-interviewene med fokuseleverne belyser denne nødvendighed. Generelt er oplevelsen, at invitationen til opgaven er tydelig og skaber en interesse for arbejdet:

E3; (...) *jeg synes, det var en spændende og anderledes måde at lave det på.*

E2; *Ja, jeg synes det var meget spændende (...).*

E1; *Ja, det var en meget klar ... altså den måde, det blev formuleret på, vi vidste, hvad vi skulle gå i gang med at gøre.*

E3; *Jeg synes, det blev forklaret godt (...) de ting man skulle forholde sig til, det var nogle gode ting (...) man kunne nemt forholde sig til det (...).*

E4 er dog mere uklar i sit svar, idet der først gives udtryk for, at der ikke er motivation for opgaven, mens det senere om forløbets begyndelse udtales, at:

Det var meget sjovt.

Det centrale i forløbet er, at eleverne begiver sig ud i de didaktiske situationer. I disse situationer har eleverne mulighed for at arbejde med den personlige viden (jf. Brousseau), diskutere og reflektere, hvormed potentialet for at fremme kritisk stillingtagen er til stede. En udvikling hos eleverne fordrer, at de beskæftiger sig med den personlige viden - egne ideer og forestillinger om emnet (jf. Winsløw). Dette ses hos alle fokuselever. E4 udtrykker det sådan:

Altså, vi begyndte sådan at snakke lidt om, at nu skulle vi finde en måde, hvordan man ligesom kunne gøre det (...) man kunne gøre det sådan på forskellige måder (...)

Den personlige viden kommer til udtryk, når eleverne selv finder ud af, hvordan de vil gribe opgaven an:

E2; Men man fandt også selv ud af det sådan lige så stille, ved at man lige fik lov til at sidde og arbejde med det (...).

E1 og E3 udtrykker en begejstring for arbejdet med den personlige viden i de didaktiske situationer:

E3; Jeg synes, det var bedre, end at vi bare fik svarene (...) fordi det er jo så heller ikke noget, hvor der var et bestemt svar på det. Det var noget, hvor vi selv kunne bestemme tingene (...).

E1; Jamen, altså vi spurgte jo ind til hinanden i forhold til hver ting, vi gør, vi går ikke hen til en voksen og spørger, hvad vil være en god ide her. Men vi prøver selv at kigge på ud fra, hvad vi ved om matematik, hvad kunne være en god ide at lave her og bruge ... hvilke metoder.

I kommentarerne ovenfor, ses det samtidig, at eleverne befinder sig godt i handlingssituationen, hvor de (jf. Winsløw) udforsker opgaven, og ikke bare får svaret - de har en intuitiv brug af matematikken i nye situationer (jf. Brousseau). E4 er dog mere forbeholden over for arbejds måden:

Man kunne egentlig bare gøre det, ligesom man gerne ville. Men (...) også lidt stressende fordi ... man vidste ikke rigtig, hvordan man skulle gøre.

Eleven signalerer, at det didaktiske miljø (jf. Winsløw) indeholder fremmede, negative elementer. Her kan den didaktiske kontrakt have indflydelse, hvilket diskuteres senere (afsnit 13.2).

Alle fokuseleverne forholder sig derimod positivt til, at deres personlige viden igennem forløbet blev udfordret - fasen kaldet formuleringssituationer (jf. Winsløw):

E1; Altså det er jo fedt, at der bliver stillet de her spørgsmål, så man kan tænke: 'okay er det her så den rigtige måde, hvis man nu skal tage det der i forhold'.

E3; (...) det var meget sjovere at (...) man blev mere udfordret, men det gjorde også, at man blev sådan lidt optaget af det (...) man ville gerne arbejde videre (...).

Gennem formuleringssituationerne udvides den personlige viden, hvilket kan føre til ny viden (jf. Winsløw). I forløbet ses det, at vi ikke bevæger os mod én bestemt officiel viden. Dette skyldes, at eleverne arbejder med forskellige typer matematik i deres egne modeller:

E1; *Det var så en meget fri opgave, så vi fik at vide, at vi skulle gøre det på lige præcis den måde, som vi fandt rigtig, og der var ikke rigtig andre krav, end at pengene skulle fordeles. Det gjorde vi [klassen] så på mange forskellige måder (...).*

I valideringssituationerne sker en systematisering, hvor eleverne, gennem den personlige viden, når frem til den officielle. Eksempler på officiel viden fra forløbet er blandt andet, hvordan man arbejder med første- eller andengradsfunktioner, som kobles til de opnåede erkendelser gennem forløbet:

E1; *(...) det giver jo ikke rigtig nogen mening, at dem der var rigtig små, de ikke skulle have særlig mange penge (...) men samtidig mente vi stadigvæk, at man brugte rigtig mange penge, når man var ældre. Så derfor tænkte vi (...) der var den her andengradsfunktion, der kunne gøre, at man både fik mange penge, når man var lille, og når man var ældre.*

Ligeledes kan den virkelige model for fordeling af børne- og ungeydelsen karakteriseres som en officiel viden. Modellen præsenteres i slutningen af forløbet. Vi er her nået til fasen institutionalisering (jf. Winsløw). Samtidig diskuteres det, hvordan den enkelte gruppe kom frem til hver sin officielle viden, alt efter hvad der kendetegnede gruppens model.

Den reflekterende elevvirksomhed (jf. Blomhøj) besidder det største potentiale for at fremme kritisk stillingtagen. Interviewene viser tegn på, at det i flere situationer lykkedes for fokuseleverne at sætte sig ud over klassens normale didaktiske kontrakt (afsnit 10). Eleverne undersøger og reflekterer:

E2; *De mindre børn skal hele tiden have nye ting, fordi de vokser ... og hvor derimod at de lidt ældre børn ... det kan godt være, at de er begyndt at gå op i mærker og sådan noget, men de vokser ikke lige så hurtigt ud af det, det er ikke nødvendigt at købe nye ting ... så meget som til små børn.*

E4; *(...) jeg kan godt forstå, at der var nogle, der gjorde sådan ligesom ... ved at hvor mange penge man tjente, og så hvor mange penge ens børn ligesom skulle have (...) det var jo også det, vi for eksempel diskuterede.*

E3; *(...) de andre de delte det ind i alder og sådan noget, så tænke jeg, at det kan man også, men jeg synes bare, de mangler lidt det der med økonomien, så hvis vi nu for eksempel havde prøvet til sidst at sætte tingene sammen (...) havde det nok været den bedste løsning (...).*

Kommentarerne viser tegn på, at eleverne opfylder rammerne i den nye didaktiske kontrakt, vi som lærere har opstillet i forløbet. Her ses i diskussionerne et samspil eleverne imellem (jf. Blomhøj), hvilket adskiller sig fra den oprindelige didaktiske kontrakt:

E4; *Det plejer jo mest at være i dansk, man gør det eller ... historie eller samfundsfag. Men vi har også enkelte gange gjort det før, men det er ikke så tit, man ligesom snakker.*

I andre tilfælde er den didaktiske kontakt så fasttømret, at den bliver styrende for arbejdet (jf. Blomhøj). Hermed slår den indledende og den løsningsorienterede virksomhedsform igennem, hvormed det nytteorienterede perspektiv (jf. Blomhøj), med fokus på kundskaber og færdigheder, skærmer for de almene dannelsesmål, som vi tilsigter. De ses tidligere hos E4, som føler det ”stres-sende”, at der ikke, som normalt, er en præsenteret officiel viden at læne sig op ad. Også E3 påvirkes af denne kendsgerning:

(...) på nogle tidspunkter så var det sådan lidt svært og så at forholde sig til, at man ikke havde et bestemt svar (...).

Samtidig findes der tegn på den utilsigtede virkning af den didaktiske kontrakt, hvor målet for eleven bliver at honorere lærerens krav. Det ses i tilfældet, hvor selve grunden til opgaveløsningen bliver at opfylde vores udfordrende spørgsmål:

E4; (...) så bliver man også sådan lidt udfordret, så man ikke bare: 'Nu skal vi bare lige gøre det og det'. At man også ligesom sådan skal have en grund til, at man gør det.

11.1.1 Delkonklusion

Gennem afsnittet ser vi, at de didaktiske situationer spiller en vigtig rolle i struktureringen af et modelleringsforløb, som har til formål at fremme kritisk stillingtagen. Her bliver det klart, at de didaktiske situationer (afsnit 7.2) medvirker som en katalysator for samtale, refleksion, erkendelse og vurdering, hvilke er nøgleord for kritisk stillingtagen. Brousseaus fem faser skaber en progression og vekselvirkning mellem didaktiske og adidaktiske situationer, som støtter og udvider elevernes personlige viden. Gennem den personlige viden får eleverne mulighed for at benytte egne erfaringer til at komme frem til en officiel viden. Det er i processen fra personlig til officiel viden, at vi finder tegnene på den kritiske stillingtagen hos eleverne. Imidlertid ses der en tilbagevenden til den indledende og løsningsorienterede elevvirksomhed. I den forbindelse bør opmærksomheden rettes mod den didaktiske kontrakt, da vi bemærker, at den både kan være med- og modspiller i denne proces (afsnit 13.2).

11.2 Modelleringsprocessen i forløbet

Mens vi i det ovenstående har beskæftiget os med Brousseaus generelle teori for didaktiske situationer, bliver omdrejningspunktet nu selve modelleringsprocessen (jf. Jensen). I det følgende analyseafsnit søger vi tegn på, hvordan tilrettelæggelse af forløbet ved hjælp af modelleringsprocessen kan bidrage til at fremme elevernes kritiske stillingtagen.

Det første erkendelsesstadie er den oplevede virkelighed, som i vores tilfælde er børne- og ungeydelsen, der skal fordeles til familierne i mikrosamfundet. Invitationen hertil hænger tæt sammen med devolutionen og elevernes accept af opgaven (afsnit 11.1):

E2; (...) *et emne, der er relevant, der er mange i Danmark, der har børn, og som har mange børn, hvordan de får hjælp og sådan noget.*

Herefter følger de ”åbne” dele af modelleringsprocessen (jf. Jensen), nemlig motivering og systematisering. Under disse delprocesser får eleverne mulighed for kritisk at forholde sig til de informationer, der skal indgå i deres model. Der ses tegn på denne refleksive praksis hos alle fire fokuselever:

E3; (...) *vi tog det ud fra økonomien ... og det tror jeg, vi kom ind på, fordi vi så, hvor stor forskel der var på, hvad folk tjente ... og hvor mange børn de havde, fordi der var nogle, der ikke tjente så meget, og så havde de måske tre børn eller to børn. Så var der måske nogle, der tjente rigtig meget, men kun havde ét barn.*

E1; *Altså, jeg tænkte jo meget over, hvad vi skulle vurdere ud fra først ikke. Hvad skal have indflydelse på, hvor mange penge man skal have? (...) der var det vigtigt for os nok, hvad bruger børn i forskellige aldre, og hvad har de brug for.*

E3; *Vi startede med at sætte en aldersgrænse på, hvornår man bliver voksen, som vi så satte til 18 ... altså er du under 18, så er du barn. Og så sorterede vi de familier fra, som ikke havde børn (...).*

Det system, som eleverne opbygger, bliver oversat til matematik i delprocessen kaldet matematisering. Efterfølgende finder den matematiske analyse sted. Her ses et eksempel fra E3:

Vi har regnet gennemsnittet ud af (...) hvad familierne tjener (...) Og så har vi sagt, at hvis du tjener 0-2000 over [gennemsnittet] (...) så mister man 20 kroner af sine børnepenge. Og hvis du tjener 0-2000 under, så får du 20 kroner oveni. Og så er vi bare gået videre, fra 2 til 4 så får du 40 kroner oveni eller mister 40 kroner (...) så har vi bare gået ned i vores skema, og så har vi tjekket om de så (...) tjener mere eller mindre (...) hvor mange penge de så får eller ikke får, og så har vi gået efter at skrive det pr. barn også.

Eleverne oplever her, at matematiske færdigheder kan blive en begrænsning for opstilling af modellen (jf. Jensen):

E2; *Altså jeg vil gerne sortere efter børn, hvor mange børn man havde og hvad alder og så indkomsten. Men det syntes de andre blev et lidt for stort et regnestykke. Så vi endte med kun at have (...) hvor gamle man var. Men det er jo ikke kun det, det kommer an på i dag, det kommer jo også an på indkomsten og sådan noget.*

Når eleverne opdager, at matematikken bliver en begrænsning for modellens kompleksitet, ses en begyndende forståelse for matematikkens formaterende funktion (jf. Skovsmose):

E4; (...) *hvis der er 12 børn, og de her penge skal fordeles ud på de her børn, så skal man jo ligesom få det til at give et resultat, og det kan man jo kun ved hjælp af matematik.*

E3; (...) *jeg har tænkt lidt mere over, at der er mange ting ... mange vigtige ting der bliver besluttet med matematikken, hvor at ... jeg måske tænkte før, at det ... måske ikke var tilfældigt, men at det ikke nødvendigvis havde noget med matematik at gøre. Så ... jeg tænker, det er blevet lidt mere vigtigt på en måde at kunne det. At man forstår ... man kan forstå flere ting, hvis man kan matematik.*

Gennem elevernes egne erfaringer med opstilling af den forholdsvis simple model, muliggøres en forståelse for matematikkens rolle i samfundet, herunder kritisk stillingtagen til matematikkens anvendelse (jf. Blomhøj). På det finder vi tegn i det ovenstående citat fra E3 samt i disse overvejelser:

E1; (...) *der var den her enlige mor med to børn. Er det fair, at det er matematikken, der skal afgøre, om hun får mindre, eller er det hjertet, der skal sige, at hun skal have mere, fordi hun er enlig med to børn?*

E2; *Sådan bare generelt ... du har hele tiden matematikken med dig, du kan næsten ikke gå et sted hen uden, at du har matematik.*

Det viser sig altså, at delprocessen fortolkning (jf. Jensen) har medført en erkendelse både i henhold til den konkrete model, men også i form af en generel indsigt i matematisk modellering. Denne indsigt ses dog at være dybere hos nogle af fokuseleverne end hos andre. Også procesevalueringen, som finder sted i form af en fælles klassesdiskussion, viser tegn på kritisk stillingtagen, her i form af kritisk vurdering af modellernes brugbarhed:

E1; *Det giver jo ingen mening, at du skal betale så mange penge i skat til velfærdsstaten uden at få noget ud af det selv, så kunne du lige så godt lade være med at betale.*

E3; (...) *mere uretfærdigt for dem [lavtlønnede], for de arbejder jo også, men de får jo bare ikke så meget, så er det jo endnu hårdere for dem at gå rundt og betale for deres børn.*

11.2.1 Delkonklusion

Den ovenstående analyse bekræfter, at tilrettelæggelse af forløbet ud fra strukturen i den matematiske modelleringsproces (jf. Jensen) muliggør kritisk stillingtagen hos eleverne. De såkaldte ”åbne” dele af processen (motivering og systematisering) kræver at eleverne gør sig tanker om, hvad de vil undersøge, og hvorfor de træffer disse valg. Potentialet for kritisk stillingtagen og almindelse er dermed til stede. E3 bekræfter dette:

(...) forældrene de var henholdsvis gartner og lastbilchauffør, og (...) jeg troede faktisk de tjente mindre, end de gjorde. Så man lærer også ... det er jo ikke kun matematik, man lærte, man lærte faktisk også noget andet.

Under matematisering og de efterfølgende delprocesser bliver det klart for eleverne, at matematikken kan være en begrænsende faktor for modellens kompleksitet. Kommentarerne viser, at dette faktum både giver eleverne en begrundelse for at beskæftige sig med matematik i skolen, samtidig med at matematikkens formaterende funktion i højere grad bliver synlig. Således kan der argumenteres for, at forløbet medvirker til en opfyldelse af fagformålet stk. 3 (jf. MBUL). Elevernes begyndende erkendelse af matematikkens rolle i samfundet er et tegn herpå.

11.3 LTHC i forløbet

Målet med forløbet er at fremme kritisk stillingtagen hos den enkelte udskolingselev, hvilket fordrer en differentieret undervisning (jf. Christensen). Vi har set eksempler på denne differentiering i analysen af didaktiske situationer, mens vi her fokuserer på opgavedesignets inspiration af LTHC-teorien (jf. McClure). Afsnittet søger at belyse, hvordan anvendelse af et opgavedesign, som tilsigter ”lav indgangstærskel” og ”højt til loftet”, kan medvirke til at fremme den enkelte elevs kritiske stillingtagen. Som tidligere beskrevet (afsnit 10) befinder de fire fokuselever sig fagligt på forskellige niveauer. I foregående analyseafsnit ses eksempler på, at arbejde på forskellige niveauer muliggøres. Her ses yderligere eksempler på, at forløbet favner den enkelte elev:

E3; *(...) det jeg synes, der var godt med den opgave, det var at du (...) selv kunne vælge, hvordan du ville gøre det, så du ligesom selv kunne vælge det niveau, du ville lave matematik på. For eksempel ... så var der nogen af de andre grupper, der brugte sådan noget matematik, jeg i hvert fald ikke ville have kunnet lave. Men der var også nogle af de andre grupper, der brugte noget som ... jeg så sagtens kunne forstå (...) Men det bliver ikke sådan, at du bare vælger den nemmeste løsning. Du bliver stadig sådan fanget af det, så du vil gerne prøve og udfordre lidt, du vil gerne gøre det, så godt du kan.*

E1, der udviser højt fagligt niveau og en stor interesse for matematik, udtrykker, at opgaven er udfordrende, hvormed der er højt til loftet (jf. McClure):

E1; *Ja, altså ja, der til sidst ikke, altså der sidder vi og tænker: 'nå det fungerer ikke helt det her med, at de små børn får så lidt penge'. Så skal vi til at tænke på, hvordan kan vi så gøre, så vi stadigvæk holder fast i, at vi synes, de ældre skal have ... altså de ældre børn skal have nogle penge, en del penge ikke, og de små børn skal have en del penge, og så er det jo udfordrende at lave sådan en andengradsfunktion, når du skal have alle de der parametre lagt ind.*

Selvom E4 giver udtryk for, at matematikken er svær, ses eksempler på, at også denne elev kan komme i gang med opgaven - en gennemskuelig karakter (jf. McClure):

Det var meget fint (...) at man selv fik lov til ligesom at bestemme (...) Jamen altså hvordan den [familien] sådan ligesom skulle se ud, og hvor mange børn der skulle være og ... eller hvor mange personer der skulle være i familien og ... altså hvad de arbejdede som. Og hvor mange penge de skulle tjene, om det var fattige eller rig ... og sådan.

Fordelen ved at benytte LTHC-teorien i opgavedesignet er, at eleverne arbejder ud fra samme udgangspunkt, hvilket giver grobund for diskussioner på tværs af klassen (jf. McClure). E3 forholder sig positivt til denne mulighed:

(...) hvis der var to grupper, der diskuterede noget, så kunne jeg godt forstå begge ting. Jeg kunne godt forstå, hvorfor de [den ene gruppe] havde valgt at se det på den her måde. Men ... på den samme tid, så kunne jeg også godt forstå den anden gruppe for eksempel (...) man forstod begge ting, men man vidste ikke helt, hvad man selv ville have valgt. Så jeg synes, det var godt det der med, at vi ligesom fik snakket sammen på alle grupperne, sådan at vi hørte fra de andre grupper, hvad de blandt andet havde gjort, fordi så kunne man måske tage nogle ideer derfra.

Også E1 tilføjer positive overvejelser over opgavedesignet:

Rimelig fedt faktisk, fordi at det betød jo, at alle kunne byde ind med noget. At der ikke bare var et svar, som alle fik, men alle fik noget, de mente var rigtigt.

11.3.1 Delkonklusion

LTHC-teorien fremmer en positiv klassekultur, da klassen arbejder med samme emne (den oplevede virkelighed), alt imens den enkelte elev kan arbejde på eget fagligt niveau. Eleverne udtrykker, at samtaler og diskussioner på tværs af klassen kan finde sted, da de alle beskæftiger sig med at uddele børne- og ungeydelse til familierne. Gennem de forrige analyseafsnit ses betydningen af sådanne diskussioner (afsnit 11.1 og 11.2), hvormed opgavesignets brug af LTHC er givende i henhold til at fremme elevernes kritiske stillingtagen.

12. Analyse - opsamling

I indeværende afsnit sammenfattes analysen til et indblik i den enkelte fokuselevs udvikling gennem forløbet. Således opsummeres de tegn, som bekræfter at forløbet har fremmet elevernes kritiske stillingtagen. Vi henviser her til de tidligere analyseafsnit og delkonklusioner, da udviklingen

belyses ud fra elevernes udgangspunkt afdækket af før-interview (afsnit 10) som sammenlignes med analysen af proces- og efter-interview (afsnit 11). Desuden underbygges opsummeringen af kommentarer, som omhandler elevernes generelle refleksioner over forløbet:

E1 reflekterer stadig over matematikkens anvendelse i samfundet, men der ses nu tegn på, at matematikken er blevet mere synlig for eleven. Følgende kommentar bekræfter denne observation:

Jeg ved ikke, om jeg ser anderledes, men jeg ser det nok mere, altså jeg lægger nok mere mærke til, hvor den [matematikken] er henne ikke. Ja det tror jeg.

Eleven har tilmed fået øje på matematikkens formaterende funktion i samfundet, og med sin reflekterende elevvirksomhed forholder E1 sig kritisk til denne:

(...) altså du bliver nødt til at stille spørgsmålstegn til, om det er rigtigt eller forkert først ikke. Men også ikke ... men der er også noget af det, hvor du skal stille spørgsmål til, om det er matematik, man skal bruge her, eller er det den menneskelige følelse, altså af hvad der er rigtigt og forkert.

Fra udelukkende at være optaget af matematikkens kundskaber og færdigheder med en stor ”tillid til tal” (jf. Skovsmose) forholder E1 sig efter forløbet mere kritisk til matematikkens anvendelse i samfundet.

E2 har igennem forløbet udvist kritisk stillingtagen i forbindelse med den konkrete opgave, mens en perspektivering til generelle forhold er begrænset. Dog forekommer tegn på en begyndende erkendelse af matematikkens betydning i samfundet:

Vi har tænkt meget ... eller vi har lært meget mere om økonomi ... altså penge og hvordan man fordeler det i samfundet og sådan noget (...) hvordan vores samfund er bygget op.

Forløbet har påvirket E2's opfattelse af matematikken:

Sådan bare generelt ... du har hele tiden matematikken med dig, du kan næsten ikke gå et sted hen uden, at du har matematik.

Eleven har erfaret matematikkens formaterende funktion i den konkrete model. Det ses gennem elevens refleksion over vigtigheden af at forholde sig kritisk til matematikkens anvendelse:

Ja, fordi du kan altid lave om på et eller andet ... altså du vil altid kunne flytte nogle penge (...) altså at du måske kunne bruge penge et sted, hvor det var mere nødvendigt (...).

E3 bevæger sig mod en erkendelse af matematikkens anvendelse i samfundet. Den kritiske stillingtagen, der opstår under forløbet, kommer til udtryk gennem elevens tanker om, hvorfor man må være kritisk over for matematikken:

Jeg synes, det er godt, hvis man gør det. Jeg tror det giver én et større indblik i, hvor ofte man egentlig bruger matematikken, og hvorfor man bruger det (...) matematik det er faktisk ret vigtigt (...).

Fokuseleven uddyber denne overvejelse med kommentaren:

(...) der er mange ting ... mange vigtige ting, der bliver besluttet med matematikken (...) det er blevet lidt mere vigtigt på en måde at kunne det (...) man kan forstå flere ting, hvis man kan matematik.

Det bliver klart, at E3 har opdaget matematikkens formaterende funktion. Forløbet har muliggjort kritisk stillingtagen hos E3, hvilket ses i elevens refleksioner over fordeling af børne- og ungeydelsen i vores samfund:

Jeg tænker, det er en okay måde, men alligevel så tænker jeg også ... nu havde jeg jo så valgt økonomien ... jeg synes ikke, der er så meget fokus på det [indkomst], som jeg egentlig havde troet, der var. Jeg havde troet, der var noget mere fokus på det.

Selvom matematikkens synlighed stadig er begrænset, har disse overvejelser ført til, at E3 perspektiverer til konkrete situationer i samfundet, hvor matematikken spiller en vigtig rolle:

Jeg tænker nok mest sådan noget med skat og penge, fordi penge (...) det er nok en stor del af politik (...) Og så tænker jeg måske også det med at stemme, det har vel også noget med matematik at gøre. Jeg ved ikke helt præcis hvilke andre ting, men jeg tror, der er den del.

E4 viser fortsat de svageste tegn på kritisk stillingtagen, men når elevens udgangspunkt tages i betragtning, ses det, at forløbet har medført en udvikling hos eleven. Denne udvikling beskrives med en vækkelse af undren:

(...) nogle gange så kan man jo godt sådan undre sig over, hvordan de er kommet frem til det ... hvilke metode de har gjort, eller hvorfor det lige var det antal, de kom frem til (...) så kunne jeg godt tænke, hvordan har de så gjort det?

Eleven begynder her at tage stilling til matematikkens anvendelse i samfundet. Det ses, at der er grobund for kritisk stillingtagen, da elevens opfattelse af matematikken er forandret:

(...) jeg er nok blevet lidt mere bevidst om, hvordan man sådan ligesom skal løse sådan en opgave (...) jeg følger altid reglerne (...) og hvis der ikke er nogen, så kan jeg godt gå sådan lidt i panik, men jeg tror måske sådan, at jeg har lært, at det er okay, at der ikke er noget facit. Og at ... man bare sådan måske først skal prøve og diskutere lidt med ... altså at det er godt, man er flere om sådan en opgave. Fordi så kan man høre alles meninger.

13. Diskussion

På baggrund af ovenstående analyse har vi begrundet valgt at diskutere følgende områder:

Validitet og reliabilitet

Dette område er valgt med henblik på at afdække, om vi måler på det tilsigtede (validitet), samtidig med at vores undersøgelse er robust og ikke præget af tilfældigheder (reliabilitet). (Skott, Jess & Hansen, 2011, s. 328)

Den didaktiske kontrakt

Vi vil her komme ind på, hvordan og i hvilket omfang den didaktiske kontrakt kan have påvirket vores undersøgelse. Der inddrages allerede præsenteret teori (afsnit 7.2.3).

13.1 Validitet og reliabilitet

Igennem hele projektet har vi sigtet mod en høj validitet. Undersøgelsen tager afsæt i den kvalitative metode og det semistrukturerede interview (afsnit 4). Denne metode indeholder både struktur og frihed. Strukturen ses i de nøje overvejede interviewguides, som indkredser vores undersøgelsesområde. Friheden kommer til udtryk, da der skabes rum for elevernes refleksion og vurdering. Herigennem muliggøres observation af tegn på kritisk stillingtagen. Vi søger at fremme kritisk stillingtagen hos den enkelte elev. En høj validitet begrundes her i overvejelserne af både at benytte før-, proces- og efter-interview i kombination med valget af fire individer - det enestående og dybdegående (jf. Jakobsen, Hillersdal & Walker).

Imidlertid kan vores hensigt om høj validitet føre til et u hensigtsmæssigt kompromis med reliabilitet. (Skott, Jess & Hansen, 2011, s. 328) Vi har tilstræbt at reliabiliteten holdes så høj som mulig. Tiltagene omfatter den transparens, som undersøgelsen afspejler, hvilket ses i form af de eksplicite beskrivelser af metode og fremgangsmåde, herunder interviewguides, begrundet undervisningsplan, overvejelser over interviewsituationer, retningslinjer for transskription, sortering af data samt mulighed for indsigt i alle undersøgelsens elementer (links). Vi er dog bevidste om, at undersøgelsen indeholder fortolkningslementer, som altid vil være person- og kontekstafhængig, hvormed reliabiliteten må være genstand for opmærksom.

13.2 Den didaktiske kontrakt

Vi har i undersøgelsen set flere eksempler på, at den didaktiske kontrakt kan have spillet ind på elevernes udvikling af kritisk stillingtagen. For eksempel svarer E4, på spørgsmålet om eleven ser anderledes på matematikken i samfundet efter forløbet, således:

Nej, det tror jeg ikke rigtig. Måske hvis vi havde haft det [undervisningen] i sådan længere tid, så havde jeg måske ... men nu har det jo kun lige været, du ved, sådan tre dage. Så jeg tror ikke rigtig, at jeg sådan har fået et andet syn på det.

Kommentaren skal ses i lyset af den didaktiske kontrakt, eleven er rundet af. Eleven giver udtryk for, at det tager tid at etablere en ny didaktisk kontrakt i klassen. Klassens traditionelle didaktiske kontrakt har i nogen grad stadig været gældende under vores forløb, hvilket bliver udslagsgivende i de tilfælde, hvor den indledende og den løsningsorienterede elevvirksomhed dominerer. Dette ses blandt andet i situationerne, hvor eleverne søger efter håndgribelige krav, som de kan honorere (jf. Blomhøj). Frustrationen opstår, når kravene ikke ligner de sædvanlige.

Vores undersøgelse viser, at eleverne i flere tilfælde befandt sig i den reflekterende elevvirksomhed, men det kan ikke afvises, at målet med forløbet i højere grad opfyldes, hvis lignende undervisningsforløb blev praktiseret oftere i klassen. På trods af disse overvejelser ser vi ikke kun negative sider ved den sædvanlige kontrakt. Uden en didaktisk kontrakt i klassen ville en gennemførelse af forløbet være umulig, da kontrakten afbalancerer de opfattelser, forventninger og krav, som eksisterer i undervisningen (jf. Blomhøj).

14. Konklusion

På baggrund af vores undersøgelse kan vi konkludere, at tilrettelæggelse og gennemførelse af et undervisningsforløb om matematisk modellering har medført tegn på kritisk stillingtagen hos fokuseleverne. Eleverne viser dog tegn på forskellige niveauer. Her ses et spænd lige fra en begyndende undren over matematikkens anvendelse i samfundet til en generel erkendelse af matematikkens formaterende funktion. Tages elevernes individuelle forudsætninger og udgangspunkt i betragtning, kan det konkluderes, at kritisk stillingtagen er fremmet i større eller mindre omfang hos alle fokuselever.

Vi kan hermed konkludere, at den kritiske stillingtagen kan fremmes gennem et modelleringsforløb, som tilrettelægges med inspiration fra didaktiske situationer, modelleringsprocessen og LTHC. Undersøgelsens omfang bevirker, at vi ikke kan afvise, at et undervisningsforløb tilrettelagt med inspiration fra andre teorier kunne opnå samme resultat. Ikke desto mindre foreligger her et konkret resultat, på baggrund af hvilket vi kan opstille følgende anbefaling: Brousseaus fem faser skaber rammerne for en undervisning, som medfører, at eleverne reflekterer med udgangspunkt i egne erfaringer (personlig viden), der kan føre til nye erkendelser. Dette er essentielt for at fremme kritisk stillingtagen. Igennem den matematiske modelleringsproces oplever eleverne først de ”åbne” dele, der kræver, at de gør sig tanker om, hvad modellen skal medtage. De efterfølgende processer, som bygger på anvendelse af matematikken, bevirker, at eleverne kan blive opmærksomme på matematikken som en styrende faktor - den formaterende funktion. Dermed er der potentiale for kritisk stillingtagen. Opgavedesignets inspiration fra LTHC indebærer, at samtaler på tværs af klassen kan finde sted, hvilket er centralt for at fremme elevernes kritiske stillingtagen. Samtidig afføder ”lav indgangstærskel” og ”højt til loftet”, at eleverne kan arbejde på eget fagligt niveau. Dette underbygger udvidelsen af den personlige viden, hvormed forløbet favner den enkelte elev.

Endvidere er det diskuteret, hvordan opmærksomhed på den didaktiske kontrakt er vigtig, da den kan være en begrænsning, når ønsket er at fremme kritisk stillingtagen. Således bliver tilrettelæggelse af det pågældende undervisningsforløb et kvalificeret svar på, hvordan kritisk stillingtagen kan fremmes hos den enkelte udskolingselev.

15. Perspektivering - folkeskolens formål

Det kan synes, at det ensidige fokus på de almindelige elementer i folkeskolens formål tilside-sætter elevernes tilegnelse af kundskaber og færdigheder - det at kunne regne (jf. UVM). Vi har imidlertid erfaret, at udvidelsen af disse kundskaber og færdigheder kan gå hånd i hånd med almen-dannelse og sigtet om at fremme kritisk stillingtagen. Ifølge Blomhøj (1997) er det teoretiske ele-ment nødvendigt, for at udvikling af kritisk stillingtagen kan finde sted. Men denne teoretiske ind-sigt bliver netop til gennem en undervisning, hvor eleverne får mulighed for at forbinde matemati-ske begreber med deres egne erfaringer og erkendelser om forhold både i og uden for matematik-ken. (Blomhøj, 1997, s. 83) Dette ses der flere eksempler på i vores undersøgelse, her ved E1:

Jamen, altså vi spurgte jo ind til hinanden i forhold til hver ting, vi gør, vi går ikke hen til en voksen og spørger, hvad vil være en god ide her. Men vi prøver selv at kigge på ud fra, hvad vi ved om matematik, hvad kunne være en god ide at lave her og bruge ... hvilke metoder.

Denne ageren opstår ikke uden, at læreren har forberedt et velovervejet såvel som vedkommende undervisningsforløb. Det er accepten af forløbet, der danner grundlag for elevernes selvstændige arbejde, hvormed den personlige viden kommer i spil. Undersøgelsen viser, at igennem en udvidel-se af den personlige viden, udvikler eleverne deres kundskaber og færdigheder:

E3; (...) man blev mere udfordret, men det gjorde også, at man blev sådan lidt optaget af det (...) man ville gerne arbejde videre (...).

E1; (...) så er det jo udfordrende at lave sådan en andengradsfunktion, når du skal have alle de der parametre lagt ind.

E2; (...) der var lige noget, jeg ikke kunne [få til at] give mening, og så sad vi og fumlede lidt med det.

Disse citater udtrykker, hvordan eleverne viser tegn på udvidelse af den personlige viden, hvilket kan skabe ny viden, hvis denne formaliseres til officiel viden (jf. Winsløw). Denne formalisering opleves kun i mindre grad i forløbet, hvilket skal ses som en konsekvens af undersøgelsens primære fokus på kritisk stillingtagen. Derfor må vi forholde os kritisk til elevernes opnåelse af ny viden, i form af kundskaber og færdigheder, gennem vores forløb. I et lignende, fremtidigt undervisnings-forløb foreligger et udviklingspotentiale af kundskaber og færdigheder, hvis der i højere grad læg-ges vægt på formaliseringen.

16. Referenceliste

- Albæk, E. & Rieper, O. (2005). Evaluering i Danmark: Effektevaluering, monitorering og formativ evaluering. I: Dahler-Larsen, P. & Krogstrup, H.K., red. (2005). *Tendenser i evaluering*. Odense M: Syddansk Universitetsforlag.
- Alrø, H., Blomhøj, M., Bødtkjer, H., Skovsmose, O. & Skånstrøm, M. (2006). Farlige små tal - almindelse i et risikosamfund. I: Skovsmose, O. & Blomhøj, M., red. (2006). *Kunne det tænkes? - om matematiklæring*. Side 24-39. Albertslund: Malling Beck.
- Alrø, H., Skovsmose, O. & Valero, P. (2009). Matematik er noget man bruger til at lave lektier med. I: Dolin, J., red. (2009). *Mona: Matematik- og Naturfagsdidaktik - tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere*. Årgang 2009-2. Side 7-20. København: Institut for Naturfagernes Didaktik, Københavns Universitet.
- Andersen, M.W. & Weng, P. (2013). 13. Matematik og undervisningsdifferentiering. I: Andersen, M.W. & Weng, P., red. (2013). *Håndbog om matematik i grundskolen - læring, undervisning og vejledning*. Side 189-205. København: Dansk Psykologisk Forlag.
- Blomhøj, M. (1995). Den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen. I: Fredens, K., Hansen, M., Baltzer, K., red. (1995). *Kognition og Pædagogik*. Temanummer: Matematik. 4. Årgang, nr. 3. Side 16-25. Skive: Center for Kognitiv Forskning og Pædagogik.
- Blomhøj, M. (1997). Udfordrende matematikundervisning - vanskelig, men nødvendig. I: Nissen, G. & Blomhøj, M., red. (1997). *Hul i kulturen - sæt matematikken på plads*. 2. Udgave. Side 77-98. København: Spektrum.
- Blomhøj, M. (2001). Hvorfor matematikundervisning? - matematik og almindelse i et højteknologisk samfund. I: Niss, M., red. (2001). *Matematikken og Verden - Videnskab til debat*. Side 218-246. København: Fremad.
- Blomhøj, M. (2003). Modellering som undervisningsform. I: Skovsmose, O. & Blomhøj, M., red. (2003). *Kan det virkelig passe? - om matematiklæring*. Side 51-71. København: L&R Uddannelse.
- Blomhøj, M. (2005). Matematisk modellering som didaktisk teori. I: Damberg, E., red. (2005). *Fagdidaktik - mellem fag og didaktik*. Gymnasiepædagogik nr. 55. Side 13-33. Odense: Dansk Institut for Gymnasiepædagogik, Syddansk Universitet.
- Brinkmann, S. & Tanggaard, L. (2015). Kvalitative metoder, tilgange og perspektiver: En introduktion. I: Brinkmann, S. & Tanggaard, L., red. (2015). *Kvalitative metoder*. 2. Udgave. Side 13-24. København: Hans Reitzels Forlag.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. AH Dordrecht 3300 (NL): Kluwer Academic Publishers Group.
- Christensen, G. (2008). *Individ og disciplinering - det pædagogiske subjekts historie*. Frederiksberg: Samfundslitteratur.

- Christiansen, I.M. (2003). Matematik og demokrati set udefra. I: Skovsmose, O. & Blomhøj, M., red. (2003). *Kan det virkelig passe? - om matematiklæring*. Side 159-174. København: L&R Uddannelse.
- Clemens, H. (2013). Med målet for øje - Organisering af undersøgelsesforløb i folkeskolens matematikundervisning. I: Andersen, M.W og Weng, P., red. (2013). *Håndbog om matematik i grundskolen - læring, undervisning og vejledning*. København: Dansk Psykologisk Forlag.
- Den Danske Ordbog (2010-a): Moderne dansk sprog. Opslag på; *Kritisk*. København: Det Danske Sprog- og Litteraturselskab. Lokaliseret 08-04-17: <http://ordnet.dk/ddo/ordbog?query=kritisk>
- Den Danske Ordbog (2010-b): Moderne dansk sprog. Opslag på; *Stillingtagen*. København: Det Danske Sprog- og Litteraturselskab. Lokaliseret 08-04-17: <http://ordnet.dk/ddo/ordbog?query=stillingtagen>
- Hammersley, M. (2015). Hvad er kvalitativ forskning, og hvordan bør den være? I: Brinkmann, S. & Tanggaard, L., red. (2015). *Kvalitative metoder*. Side 551-559. København: Hans Reitzels Forlag.
- Hoffmann, T. (2013). *Hvad i alverden kan man bruge kvalitativ forskning til?* Valby: Videnskab.dk. Lokaliseret 06-02-17: <http://videnskab.dk/kultur-samfund/hvad-i-alverden-kan-man-bruge-kvalitativ-forskning-til>
- Jakobsen, B., Hillersdal, L., & Walker, H.K. (2014). Forskningsmetoder: Observation, interview og spørgeskema. I: Nielsen, B., Nielsen, N.G., & Mølgaard, N., red. (2014). *Professionsbachelor - uddannelse, kompetence og udvikling af praksis*. 2. udgave. Side 75-105. Frederiksberg C: Samfundslitteratur.
- Jensen, T.H. (2007). *Udvikling af matematisk modelleringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt – hvorfor ikke?* IMFUFA-tekst, nr. 458. Roskilde: Roskilde Universitetscenter.
- Jensen, T.H. (2009). Modellering versus problemløsning: om kompetencebeskrivelser som kommunikationsværktøj. I: Dolin, J., red. (2009). *Mona: Matematik og Naturfagsdidaktik*. Nr. 2009-2. Side 37-54. København: Det Naturvidenskabelige Fakultet, Københavns Universitet.
- Klafki, W. (2001). *Dannelsesteori og didaktik - nye studier*. Aarhus: Forlaget Klim.
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Interview - det kvalitative forskningsinterview som håndværk*. 3. udgave. Oversat af Nake, B. København: Hans Reitzels Forlag.
- Lindenskov, L. (2001). Vanskeligheder i relation mellem matematik og virkelighed - oplevet som meningsløshed. I: Niss, M., red. (2001). *Matematikken og Verden - Videnskab til debat*. Side 195-217. København: Fremad.
- Løw, Ole (2014). 9. Klasseledelse: Ramme-, Proces- og relationsledelse. I: Løw, Ole og Skibsted, Else, red. (2014). *Elevers læring og udvikling - også i komplicerede læringsituationer*. København: Akademisk Forlag.

- MBUL (2016-a). *Folkeskoleloven*. København: Ministeriet for Børn, Undervisning og Ligestilling. Lokaliseret 30-01-17: <https://www.retsinformation.dk/Forms/r0710.aspx?id=182008>
- MBUL (2016-b). *Forenkede fælles mål*. København: Ministeriet for Børn, Undervisning og Ligestilling - Styrelsen for undervisning og kvalitet. Lokaliseret 05-01-17: <http://www.emu.dk/sites/default/files/Matematik%20-%20januar%202016.pdf>
- McClure, L. (2011). *Using Low Threshold High Ceiling Tasks in Ordinary Classrooms*. Officiel webside for NRICH. University of Cambridge. Lokaliseret 16-03-17: <http://nrich.maths.org/7701>
- Mogensen, A. (2012). Når pointer styrer matematikundervisning. I: Dolin, J., red. (2012). *Mona: Matematik- og Naturfagsdidaktik - tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere*. Årgang 2012-3. Side 40-54. København: Institut for Naturfagernes Didaktik, Københavns Universitet.
- Munter, J. (1997). Kritisk matematikundervisning. I: Torkildsen, O.E., red. (1997). *Tangenten - tidsskrift for matematikundervisning*. Nr. 1, 8. årgang. Side 20-25. Landås: Caspar Forlag.
- Niss, M. & Jensen, T.H., red. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie, nr. 18. København: Undervisningsministeriet.
- Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C. (2011). *Matematik for lærerstuderende, Delta - fagdidaktik*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.
- Skovsmose, O. (1981). *Alternativer i matematikundervisningen - didaktiske arbejdsplaner 3*. København: Nordisk Forlag.
- Skovsmose, O. (1994). Kritisk matematikundervisning? I: Nissen, G. & Blomhøj, M., red. (1994). *Hul i kulturen*. 2. Udgave. Side 142-158. København: Spektrum.
- Skovsmose, O. (1999). *Undersøgelseslandskaber*. Skrift nr. 5. København: Center for Forskning i Matematiklæring.
- Skovsmose, O. (2006). Kritisk matematikundervisning - for fremtiden. I: Skovsmose, O. & Blomhøj, M., red. (2006). *Kunne det tænkes? - om matematiklæring*. Side 273-295. Albertslund: Mallings Beck.
- Tanggaard, L. & Brinkmann, S. (2015). Interviewet: Samtalen som forskningsmetode. I: Brinkmann, S. & Tanggaard, L., red. (2015). *Kvalitative metoder*. 2. Udgave. Side 29-54. København: Hans Reitzels Forlag.
- University of Cambridge (2015). *About NRICH*. Officiel webside for NRICH. Lokaliseret 27-03-17: <http://nrich.maths.org/2713>
- UVM (2014). *Læseplan for faget matematik*. København: Undervisningsministeriet. Lokaliseret 05-01-17: http://www.emu.dk/sites/default/files/L%C3%A6seplan%20for%20faget%20matematik_0.pdf

UVM (2017-a). *Nationale test og folkeskolens digitale prøver - demotest: matematik 6. klasse*. København: Styrelsen for It og Læring. Lokaliseret 28-03-17:
<https://elev.xn--testogprver-ngb.dk/demo/0206>

UVM (2017-b). *Om nationale mål*. København: Undervisningsministeriet. Lokaliseret 25-03-17:
<http://www.uvm.dk/folkeskolen/folkeskolens-maal-love-og-regler/nationale-maal/om-nationale-maal>

Winsløw, C. (2006). *Didaktiske elementer*. Frederiksberg C: Forlaget Biofolia.

Bilag 1: Undervisningsplan for forløbet

Undervisningsplan - matematisk modellering	
6 lektioner på 8. klasstrin (2 lektioner á 45 min pr. sekvens)	
Undervisningsforløbet er inspireret af Skovsmose (1994)	
Mål for uv.	Problemformulering: <i>Hvordan kan et undervisningsforløb om matematisk modellering tilrettelægges, så det fremmer kritisk stillingtagen hos den enkelte udskolingselev?</i> Mål: <ul style="list-style-type: none">- Eleverne får et indblik i matematikkens betydning i samfundet- Eleverne arbejder på eget fagligt niveau- Eleverne forholder sig kritisk til matematiske modeller- Eleverne gennemfører de enkelte dele i en matematisk modelleringsproces
1. Sekvens	Præsentation af forløbet (<i>devolution</i>) <ul style="list-style-type: none">- Vores mål med undervisningen- Spørgsmål vedrørende lydoptagelser i klassen- Introduktion til konstruktion af familier i et mikrosamfund (<i>motivering</i>) Inddeling i grupper - planlagt på forhånd med hjælp fra klassen lærer <ul style="list-style-type: none">- Eleverne arbejder først i grupper á to personer Eleverne konstruerer realistiske familier - en familie pr. tomandsgruppe - dermed 12 familier i mikrosamfundet (<i>handlingssituation</i>) <ul style="list-style-type: none">- Eleverne søger information - f.eks. på internettet (<i>systematisering</i>)- Vi støtter/udfordrer grupperne i forbindelse med relevant information (<i>formidlingsituation</i>)- Gruppen skriver ind i et delt skema på Google Drev, så alle har adgang- Skemaet indeholder både obligatoriske og valgfrie elementer- Skemaet ses på følgende link: https://goo.gl/ATbXfn Opsamling (<i>valideringssituation</i>) <ul style="list-style-type: none">- Eksempler på familierne præsenteres og diskuteres på klassen- Tvivlsspørgsmål afklares Præsentation af eleverne som ”politikere” (<i>devolution/motivering</i>) <ul style="list-style-type: none">- Forklaring af elevernes opgave og diskussion af algoritme-begrebet- Eleverne skal fordele børne- og ungeydelse til familierne- Beløbet lyder på 300.000 kr.- Beløbet skal fordeles på baggrund af matematiske algoritmer- Diskussion af begrebet algoritme på klassen Ny gruppekonstellation <ul style="list-style-type: none">- To grupper går sammen, så nye firemandsgrupper dannes - planlagt på forhånd med hjælp fra klassen lærer Eleverne påbegynder sortering af information i de nye grupper (<i>handlingssituation/systematisering</i>) <ul style="list-style-type: none">- Eleverne udvælger data fra familierne, som de finder relevant i henhold til at skulle fordele børne- og ungeydelse- Data udvælges på baggrund af tanker om, hvad algoritmen skal tage højde for- Mangler eleverne informationer, kontaktes den gruppe, som har konstrueret familien Status på dagens arbejde

2. Sekvens	<p>Opsamling i forhold til hvor vi sluttede sidst</p> <ul style="list-style-type: none">- Fælles afklaring af opståede spørgsmål <p>Eleverne præsenteres for to nye familier - nu 14 familier i alt (<i>devolution</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">- Disse indføres i mikrosamfundet for at give eleverne en ide om, at et samfund er dynamisk <p>Præsentation af skema (<i>devolution</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">- De endelige beløb skrives ind i følgende regneark: https://goo.gl/nZ7sqX <p>I grupperne taler eleverne sammen (<i>systematisering/matematisering</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">- Hvilke oplysninger de har valgt at bruge, hvorfor har de valgt disse, hvordan vil de opstille en algoritme, og hvad skal de lave i dagens timer <p>Sortering af relevant information fra familierne genoptages (<i>handlingssituation/systematisering</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">- Data udvælges på baggrund af tanker om, hvad algoritmen skal tage højde for- Vi støtter/udfordrer eleverne i deres valg (<i>formidlingssituation</i>) <p>Gruppen arbejder med at opstille algoritmer, som danner grundlag for fordeling af børne- og ungeydelsen til den enkelte familie i samfundet (<i>matematisering</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">- Eleverne afprøver og vurderer løbende deres beregninger (<i>matematisk analyse</i>)- Under dette arbejde stiller vi spørgsmål til eleverne, som har til formål at fremme den kritiske stillingtagen - forberedt siden forrige undervisningssekvens (<i>formidlingssituation</i>)- Begrundelse og metode i beregningen er central (<i>valideringssituation</i>) <p>Status på dagens arbejde</p>
3. Sekvens	<p>Opsamling i forhold til hvor vi sluttede sidst</p> <ul style="list-style-type: none">- Fælles afklaring af opståede spørgsmål <p>Præsentation af dagens plan (<i>devolution</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">- Eleverne skal i første omgang færdiggøre deres beregninger og skrive resultater ind i regnearket (<i>matematisk analyse</i>)- Opgaven er herefter at skrive et brev til et antal familier - afhængig af tiden - og begrunde, hvordan den tildelte børne- og ungeydelse er fremkommet, en konklusion på beregningerne (<i>valideringssituation/fortolkning</i>)- På klassen diskuteres, hvad et sådant begrundet brev skal indeholde- Der opfordres til at vælge familier, der typemæssigt ligger langt fra hinanden- Skrivelsen sendes på mail til os <p>Samtale på klassen ud fra regnearket og skrivelserne til familierne (<i>valideringssituation/fortolkning</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">- Begrundelser er i fokus- Hver gruppe præsenterer deres arbejde- Efterfølgende klassedialog- Kritisk stillingtagen i henhold til de øvrige gruppers ydelses-fordeling- Vi stiller spørgsmål til forskelle hos grupperne- Diskussion af anvendte algoritmer (<i>institutionalisering</i>) <p>Præsentation af, hvordan børne- og ungeydelse fordeles i Danmark (<i>institutionalisering</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">- Diskussion af elevernes syn på denne fordelingsmetode

Afslutning på forløbet (*procesevaluering*)

- Præsentation af modellen for en matematisk modelleringsproces (<https://goo.gl/KZ8LDx>) med henblik på at visualisere, hvad det er, eleverne har været igennem
- Diskussion af matematisk modellering

Skovmose, O. (1994). Kritisk matematikundervisning?

I: Nissen, G. & Blomhøj, M., red. (1994). *Hul i kulturen*. 2. Udgave. Side 142-158.

København: Spektrum.

Bilag 2: Interviewguide - før-interview

Interviewguide - semistruktureret interview før forløbet	
Spørgsmål til fokuselever inden forløbets afvikling	
Forskningsspørgsmål	Interviewspørgsmål
<i>Hvad er elevernes holdning til matematik?</i>	<ul style="list-style-type: none">- Hvad synes du generelt om matematik?- Glæder du dig normalt til at skulle have matematik?- Er du aktiv i matematiktimerne?- Lykkes det for dig at lære det, du gerne vil i matematiktimerne?- Er du nysgerrig efter at lære nye ting i matematik?
<i>På hvilken måde bedriver klassens lærer typisk matematikundervisning?</i>	<ul style="list-style-type: none">- Hvordan ser en normal matematiktime ud?- Er indholdet og aktiviteterne for det meste spændende i matematiktimerne?- Hvordan kan du bedst lide at arbejde i matematiktimerne?- Oplever du, at undervisningen bliver tilpasset dit niveau?
<i>Er eleverne bevidste om matematikkens funktion i samfundet?</i>	<ul style="list-style-type: none">- Bruger du matematik, når du <i>ikke</i> går i skole?- Føler du, at du kan bruge det du har lært i matematiktimerne andre steder?- Tror du, at du skal bruge matematik i fremtiden?- Kan du give eksempler på, hvor matematikken bruges i samfundet?
<i>Hvilken kendskab har eleverne til matematisk modellering?</i>	<ul style="list-style-type: none">- Ved du, hvad det vil sige at modellere?- Kender du til matematisk modellering?- Er du nogle gange selv med til at bestemme, hvordan du vil løse en matematikopgave?

Bilag 3: Interviewguide - efter-interview

Interviewguide - semistruktureret interview efter forløbet	
Spørgsmål til fokuselever efter forløbets afvikling	
Forskningsspørgsmål	Interviewspørgsmål
<i>Hvordan oplevede eleverne arbejdet gennem forløbet? (modelleringsprocessen, didaktiske situationer, LTHC, relevans, motivation, rammer)</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Kan du fortælle lidt om det modelleringsforløb, I har været igennem? - Blev du motiveret af problemstillingen for forløbet? - Oplevede du at præsentationen gjorde dig i stand til at gå i gang med arbejdet med opgaven? - Hvordan var det at skulle arbejde selvstændigt med opgaven - selv at skulle undersøge? - Hvad mener du om, at vi udfordrede jeres måde at løse opgaven på? - Hvordan var det at arbejde med en opgave, som ikke havde et bestemt facit? - Var du opmærksom på, hvornår du første gang brugte matematik i forløbet? - Hvilken slags matematik brugte du/I i forløbet? Hvornår brugte du matematik? - Er det nødvendigt at kunne matematik i en situation, som den vi lige har været igennem? - Oplevede du, at undervisningen passede til dit faglige niveau? - Hvordan oplevede du diskussionerne på klassen?
<i>Perspektiverer eleverne matematikkens legitimation af samfundsmæssige beslutninger til andre situationer?</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Hvor tror du, at man bruger matematik i samfundet - kan du nævne andre eksempler end vores? - Er det nødvendigt at stille spørgsmålstegn ved den måde, man bruger matematikken på i samfundet?
<i>Forholder eleverne sig kritisk til deres fordeling af børne- og ungegyldelse (egen, andres og officiel)</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Hvilke tanker gjorde du dig, da I skulle fordele børne- og ungegyldelsen til familierne? - Hvilke tanker gjorde du dig, om den måde de andre grupper fordelte børne- og ungegyldelsen til familierne? - Hvad tænker du om den måde børne- og ungegyldelsen bliver fordelt på i virkeligheden?

<i>Hvad er elevens egen vurdering af forløbets udbytte?</i>	<ul style="list-style-type: none">- Kan du beskrive, hvad du har fået ud af forløbet - hvis du har fået noget ud af det?- Ser du, efter dette forløb, anderledes på matematikken i forhold til det samfund vi lever i?
-------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------