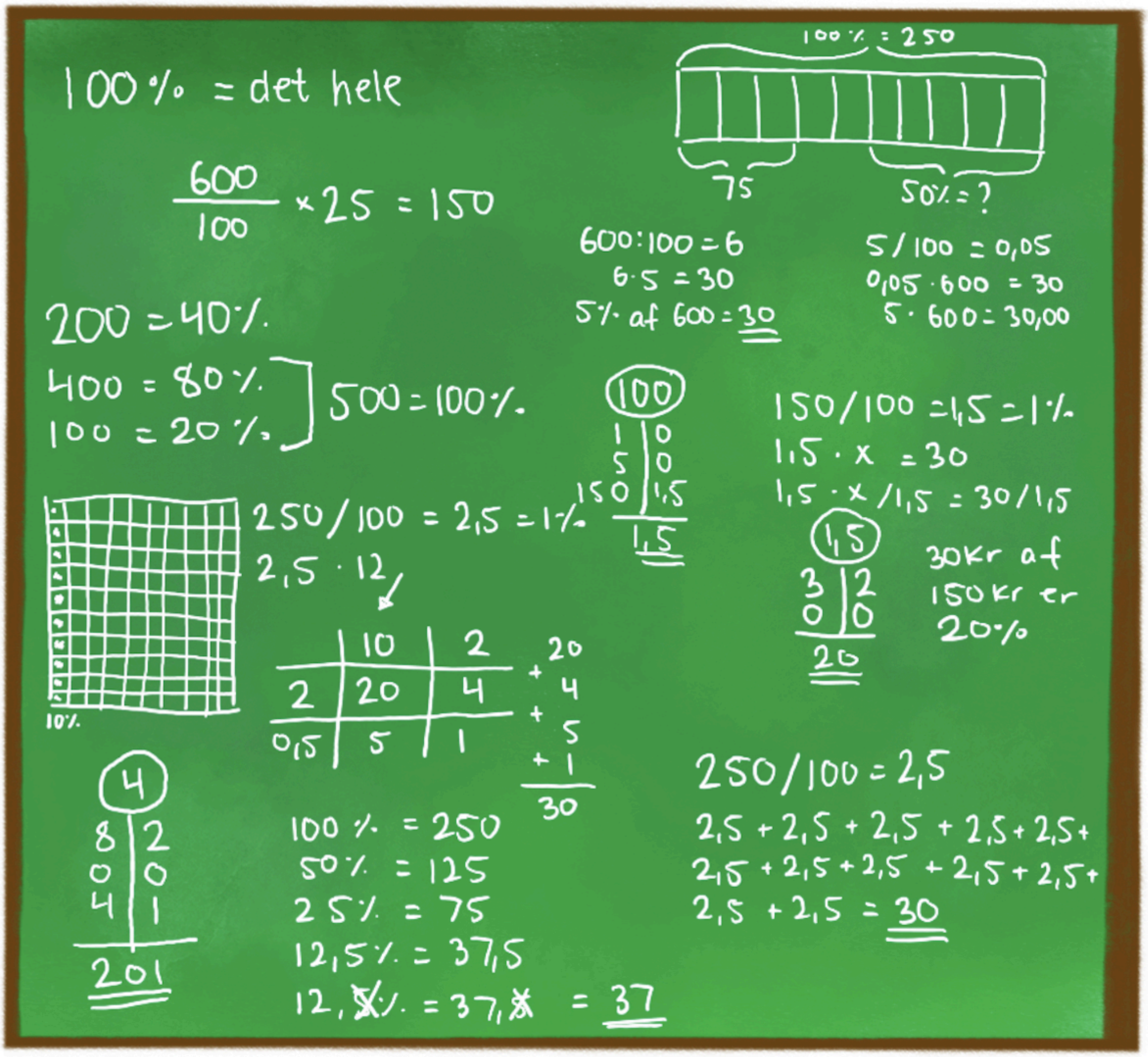
Regnestrategier i procent

At fremme fleksibilitet og adaptivitet hos udskolingselever



Bachelorprojekt i matematik

Emma Didriksen (303705)
Sofie Bak (303609)

Vejledere:
Kaj Østergaard og Mette Houlberg-Autzen

Antal tegn: 83.138

LÆRERUDDANNELSEN I AARHUS
VIA UNIVERSITY COLLEGE

Indholdsfortegnelse

Indledning

Det er bredt accepteret i matematikdidaktiske kredse, at elevers tilegnelse af regnestrategier er et vigtigt mål i matematikundervisning (Joelsdóttir, 2023, s. x-xi). Denne opfattelse afspejles i Matematik Læseplan, hvor der siden 2001 har været fokus på, hvordan undervisning i den danske folkeskole skal understøtte elevers udvikling af regnestrategier (Undervisningsministeriet, 2001, s. 30). Her vægtes de talbaserede strategier over standardiserede strategier. Loa Björk Joelsdóttir har i sit Ph.d.-projekt undersøgt elevers valg af regnestrategier i aritmetik. Hun har på baggrund af sin forskning konkluderet, at elever som benytter talbaserede strategier oftere får rigtige svar end elever, der benytter standardalgoritmer (Joelsdóttir, 2023, s. viii-ix). Med afsæt i det resultat, er vi nysgerrige på, hvorvidt denne viden kan overføres til andre områder af matematikundervisning i udskolingen.

Vi er interesserede i procentregning som genstandsfelt for vores undersøgelser. Når man anskuer matematik i et alment dannelsesperspektiv, optræder procent hyppigt i vores hverdag. Vi møder bl.a. procentbegrebet til udsalg, på grafer i nyhederne og på vores lønseddel. Den alsidige brug af procent i dagligdagen forudsætter en grundlæggende forståelse for procent, hvorfor vi som matematiklærere har et stort ansvar for at understøtte elevernes læring inden for procentbegrebet. På baggrund af mailkorrespondance med formand for opgavekommissionen i matematik, Kaj Østergaard, har vi fået oplysninger om resultater fra Folkeskolens Prøver i matematik fra de seneste år. Tallene viser, at der i nogle procentopgaver i prøven uden hjælpemidler er ned til 37,5% af eleverne, som svarer rigtigt. Det svarer til, at ca. 43.000 elever enten har svaret forkert eller ikke har kunnet løse opgaven. Vi er nysgerrige på, om elevernes manglende forståelse for procentbegrebet kan kædes sammen med en begrænset strategirigdom og generel mangel på talbaserede regnestrategier hos eleverne.

Som nævnt har udviklingen af regnestrategier været et fokus i over 20 år, men da læseplanen blot er et vejledende dokument, er lærere ikke forpligtede på at følge dens anbefalinger. Vi har en forestilling om, at procentregning i folkeskolen er præget af regneregler og standardiserede algoritmer. Procentbegrebet er omfattende og dækker over mange opgavetyper. Brugen af standardalgoritmer kan dermed være begrænsende for mange elever, da "opskriften" på opgaveløsningen ikke er den samme i alle opgaver (Hatano & Oura, 2003, s. 26-29). Vi er derfor nysgerrige på at undersøge, om læreres syn på regnestrategier spiller en rolle i elevernes forståelse af procentbegrebet og udvikling af regnestrategier. På baggrund af denne undren udspringer vores lærerfaglige problemformulering:

Hvilken indflydelse har lærerens overbevisning om matematikundervisning på elevernes strategirigdom? Og hvordan kan man arbejde med regnestrategier indenfor procent i udskolingen med henblik på at støtte elevernes udvikling af fleksibilitet og adaptivitet?

Begrebsafklaring

Overbevisning

Vi benytter Pauls Ernest definition af *overbevisning*. Begrebet henviser til, hvilke værdier, holdninger og ideologier en lærer bringer med sig ind i sin matematikundervisning (Ernest, 1989, s. 19-22).

Fleksibilitet og adaptivitet

Vi benytter Pernille Sundes og Loa Björk Joelsdóttirs definition af begreberne *fleksibilitet og adaptivitet.* Ifølge dem er en elev fleksibel i sit strategivalg, hvis eleven har et repertoire af forskellige strategier til at løse en matematikopgave. Eleven defineres yderligere som adaptiv, hvis denne udviser en grundlæggende matematisk forståelse, og dermed kan vælge den mest hensigtsmæssige strategi ud fra tallenes egenskaber (Joelsdóttir, 2023, s. 1-4; Sunde, 2019, s. 10-12).

Læsevejledning

For at undersøge hvilken indflydelse lærerens overbevisning om matematikundervisning på har elevernes strategirigdom, og hvordan man kan arbejde med regnestrategier indenfor procent i udskolingen med henblik på at støtte elevernes udvikling af fleksibilitet og adaptivitet, vil vi indledningsvis redegøre for projektets teoretiske fundament. Først vil vi redegøre for Paul Ernests teori om overbevisninger efterfulgt af en definition af regnestrategier og talforståelse. Teoriafsnittet afrundes med en redegørelse for Knud Illeris' læringsforståelse, John Deweys erfaringslæring og Jerome Bruners repræsentationsformer. Dernæst vil vi præsentere projektets empiri og udfolde vores metodiske valg, herunder vores vidensteoretiske afsæt, hvorefter metodeafsnittet tredeles ud fra vores konstruerede empiriske data: test, interviews og afprøvet undervisning.

Efterfølgende vil vi analysere vores empiri for at undersøge vores problemformulering. Indledningsvis analyserer vi vores testmateriale, der knytter sig til de fire regnearter, for at danne os et overblik over elevernes grundlæggende fleksibilitet og adaptivitet. Dette efterfølges af en analyse af testmaterialet i procent. Herefter analyserer vi to lærerinterviews med henblik på at undersøge lærernes overbevisninger om matematikundervisning. Afsnittet afrundes med en analyse af et afprøvet undervisningsmateriale, der søger at udvikle elevernes fleksibilitet og adaptivitet i procent.

Dernæst diskuteres projektets anvendte teori og empiri med henblik på at anskueliggøre projektets begrænsninger, herunder brugen af standardalgoritmer i folkeskolen, samt hvorvidt strategirigdom er idealet. På baggrund af projektet vil vi konkludere på vores undersøgelser jævnfør problemformuleringen. Slutteligt vil vi perspektivere vores projekt til paradokset om, hvorvidt elever skal undervises for at tilegne sig viden eller for at svare rigtigt i testsituationer.

Allerede eksisterende forskning

Vores bachelorprojekt udspringer af en interesse for Loa Björk Joelsdóttirs Ph.d.-projekt om elevers fleksibilitet og adaptivitet i matematikopgaver med flercifrede tal (Joelsdóttir, 2023). Joelsdóttirs projekt omfatter en undersøgelse af 3., 6. og 8. klasseselever. Hun har analyseret danske folkeskole-elevers strategivalg inden for addition, subtraktion og multiplikation. Joelsdóttirs resultater viser, at elever med fleksible og adaptive strategivalg i højere grad svarer rigtigt på matematikopgaver (Joelsdóttir, 2023, s. vii-ix). Ph.d.-projektet udfolder elevernes fleksibilitet og adaptivitet inden for tre af de fire regnearter.

Vi vil med vores projekt udvide det matematiske genstandsfelt og undersøge elevers strategirigdom indenfor procent. Vores projekt taler ind i et allerede potent forskningsfelt i undersøgelser af regne-strategier, og bidrager med ny viden om elevers regnestrategier i procent. Med vores empiri får vi indblik i, hvad der er gældende hos en specifik elevgruppe.

Teori

I de kommende afsnit vil vi redegøre for projektets teoretiske fundament. For at belyse, hvilken indflydelse lærerens overbevisning om matematikundervisning har på elevernes strategirigdom, vil vi indledningsvis redegøre for Paul Ernests teori om overbevisninger efterfulgt af Snorre Ostads definition af regnestrategier, samt Thomas Kaas' beskrivelse af talforståelse. Som afrunding vil vi afdække Knud Illeris' læringsforståelse, John Deweys erfaringslæring og Jerome Bruners repræsentationsformer.

Vi har udvalgt disse teorier for at anskue, hvordan man kan arbejde med regnestrategier i procent med henblik på at støtte elevernes udvikling af fleksibilitet og adaptivitet. Løbende vil vi begrunde, hvordan teorierne bidrager til vores projekt.

Paul Ernest om overbevisninger i matematik

Som matematiklærer er det væsentligt at holde sig til matematik og matematikundervisning i et bredt perspektiv. Paul Ernest opstiller med sit begreb *overbevisninger* tre hovedområder, der medvirker til at definere en matematiklærer, og hvordan denne forholder sig til praksis (Ernest, 1989, s. 19-22). Første område er lærerens overbevisning om matematikkens natur. Det henviser til, om læreren anskuer matematik som dynamisk problemløsende, et statisk og uforanderligt produkt eller en instrumentel samling af regler. Næste område er lærerens overbevisning om matematikundervisning, som er helt afgørende for, hvordan matematikken i skolen formidles (Ernest, 1989, s. 19-22). Et eksempel herpå er, at matematikundervisningen bør domineres af udenadslære, modsat undervisning præget af en mere undersøgende tilgang med fokus på forståelse. Sidst forholder Ernest sig til lærerens overbevisning om matematiklæring. Her refereres til lærerens forståelse af, hvilke mentale processer, der må være til stede, før læring kan foregå. Dette påvirker valget af faglige aktiviteter i undervisningen (Ernest, 1989, s. 19-22). Ernest understreger, hvordan lærerens overbevisninger kan påvirke implementeringen af skolens curriculum. En ændring i læseplanen kan dermed være udfordrende at føre ud i klasserummene, hvis ikke det er i overensstemmelse med lærerens grundlæggende værdier (Ernest, 1989, s. 19-22).

Vi finder det derfor interessant at undersøge to læreres overbevisninger om regnestrategier i matematikundervisningen. Med Ernests teori kan vi forholde os nysgerrigt til deres matematikfaglige værdier, og hvordan det påvirker deres didaktiske valg.

Regnestrategier

Vi tager afsæt i Snorre Ostads definition af regnestrategier, der beskriver en strategi, som en fremgangsmåde til at nå et mål (Ostad, 2013, s. 103). Ostad læner sig op ad Susan Goldmans todeling af strategier, *de opgavespecifikke* og *de generelle strategier* (Ostad, 2013, s. 104). Vi er optaget af de opgavespecifikke strategier, der dækker over de løsningsmuligheder en elev råder over, når en matematikopgave skal løses. Vi har valgt at fokusere på disse, da vi herigennem kan kortlægge de strategier eleverne anvender. De opgavespecifikke strategier kan yderligere inddeles i *retrievalstrategier* og *backupstrategier* (Ostad, 2013, s. 104). Førstnævnte er hukommelsesbaserede tænkestrategier, hvor eleven effektivt udnytter kendt viden til at løse en opgave. I modsætning til dette er backupstrategier, hvor eleven løser en opgave på en rutinemæssig måde, der er langsom og ressourcekrævende. I backupstrategier følger eleverne en strategi fra punkt til punkt for at løse opgaven. Ostad fremhæver bl.a. det at tælle på sine fingre som en backupstrategi (Ostad, 2013, s. 103-106). Backupstrategier er cifferbaseret, hvor retrievalstrategier er talbaseret. Den primære forskel ligger i, om eleven udviser forståelse for tallenes egenskaber, eller blot regner rutinemæssigt uden at forholde sig til tallene. Som nævnt i begrebsafklaringen, er elever fleksible, når de råder over flere strategier til at løse en specifik opgave (Joelsdóttir, 2023, s. 1-4; Sunde, 2019, s. 10-12). Disse elever kan vi med Ostads begrebsapparat beskrive som havende strategirigdom.

Ostad fremhæver flere undersøgelser, der indikerer, at manglende strategirigdom påvirker elevernes matematikfaglige udvikling (Ostad, 2013, s. 105-106). På baggrund af egen forskning tydeliggør Ostad, at det er muligt at opnå strategirigdom gennem matematikundervisning. Dette vil vi udfolde senere i opgaven.

Talforståelse

Når elever arbejder med regnestrategier, benytter de deres bagvedliggende talforståelse (Kaas, 2022a). Ifølge Thomas Kaas opnås talforståelse gennem erfaring med brugen af tal i forskellige kontekster og på forskellige måder. For at elever kan udvikle talforståelse, skal de deltage i aktiviteter og undersøgelser, der udfolder tallene, så de opdager tallenes egenskaber (Kaas, 2022a). Elevers tilgang til at løse regnestykker kan afsløre deres grad af talforståelse. Hvis en elev er afhængig af en backup-strategi, fx at tælle på fingrene, kan det tyde på lav talforståelse. Hvis en elev derimod benytter retrievalstrategier, som regruppering, viser det en høj grad af talforståelse. I regruppering opdeles regnestykket i mindre regnestykker, som nemmere kan løses (Sunde, 2022, s. 8). Hvis elever agerer fleksibelt og adaptivt, indikerer det, at de har en høj grad af talforståelse, hvorfor vi finder begrebet relevant for vores projekt.

I Matematik Læseplan anbefales det, at man som lærer arbejder eksplicit med regnestrategier og talforståelse. Under afsnittet Tal og algebra udfoldes, hvordan læreren skal støtte elevernes udvikling af regnestrategier og ikke vægte standardiserede algoritmer (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019, s. 15). En standardalgoritme karakteriseres som en cifferbaseret backupstrategi, hvor eleven ikke forholder sig til tallenes egenskaber, men blot følger en procedure.

Læringsforståelser

Dette afsnit vil udfolde, hvilket teoretisk fundament vores undervisning er funderet ud fra. For at vi som praktikere kan anvende vores viden om regnestrategier og talforståelse i undervisning, må vi forholde os til, hvilke grundlæggende læringsforståelser vi læner os op ad.

Læringens centrale strukturer

Ud fra Knud Illeris' grundlæggende læringsforståelse vil vi i dette afsnit udfolde hans syn på læring med afsæt i de centrale strukturer, der knytter sig til læringens processer og dimensioner samt lærings-barrierer. Vi har valgt at tage udgangspunkt i Illeris' læringssyn, da han med sin helhedsorienterede forståelse af læring både omfavner det individuelle og det sociale. I vores projekt bidrager Illeris' helhedsorienterede læringssyn med en opmærksomhed på både de sociale processer samt den individuelle bearbejdelse, der finder sted i læringsrummet. Det har vi især for øje, når vi selv skal planlægge undervisning i regnestrategier.

Illeris fremhæver i sin læringsforståelse fem hovedelementer: *læringsforståelsens grundlag, læringens indre betingelser, ydre betingelser, anvendelse* samt *læring* (Illeris, 2019, s. 10-11). Vi vil dykke ned i læringen. Ifølge Illeris finder læring sted, når der foregår et aktivt samspil mellem individet og det sociale. Herefter må dette samspil bearbejdes af individet, så der opstår et læringsmæssigt produkt. Dette omfatter tre dimensioner: *indhold, drivkraft* og *samspil*. Samlet illustrerer Illeris læringens processer og dimensioner i *læringstrekanten* (Illeris, 2019, s. 14). Indholdsdimensionen er knyttet til elevens funktionalitet. Her arbejdes med at skabe mening og danne rammer for mestring. I drivkraftsdimensionen arbejdes med at opretholde psykisk balance og derigennem udvikle motivation for læring. Sidst er læringens samspilsdimension, hvor socialitet udvikles. Her arbejdes med at involvere sig i dele af omverdenen, og udvikle kommunikations- og samarbejdsmuligheder i et deltagende miljø (Illeris, 2019, s. 14). Illeris' læringsforståelse synliggør også hvilke *læringsbarrierer,* der gør sig gældende, når nogen lærer noget - og ikke lærer noget (2019, s.17-19). Illeris præsenterer tre former for læringsbarrierer knyttet til de tre læringsdimensioner. Den første læringsbarrierer er *fejllæring*, hvor eleven har tilegnet sig en forkert forståelse af et emne. *Læringsforsvar* er, når eleven ikke har mulighed for at forholde sig åbent til nye indtryk. Sidst beskrives *læringsmodstand*, hvor eleven er modstridende over for den aktuelle læringssituation. Læringsmodstand er situeret og kan provokeres af forskellige elementer i læringsrummet (Illeris, 2009, s. 91-94).

Illeris' læringsforståelse giver os adgang til, hvad vi kan have blik for, når vi planlægger undervisning, der understøtter regnestrategier indenfor procent. Vi må forstå kompleksiteten i læringens processer og dimensioner, således vi kan skabe de bedste rammer for en undervisningssituation.

John Deweys erfaringslæring

Ligesom Illeris var John Dewey optaget af elevers vej mod læring. Med sin teori *erfaringslæring* har han et centralt fokus på at læring forankres i meningsfulde erfaringer (Beck m.fl., 2014, s. 397-403). Elevers erfaringer må efterfølgende danne grundlag for refleksion, så læring opstår. Med begrebet *refleksiv tænkning* henviser Dewey til den mentale proces, hvor eleven kritisk forholder sig til den givne situation og heraf drager konklusioner (Dewey, 2009, s. 13-23). Gennem mundtlig kommunikation har elever mulighed for at dele deres erfaringer og derigennem lære af hinanden. Dewey fremhæver mundtligheden som helt centralt for læring, da eleverne udfordrer hinandens forståelser (Dewey, 2009, s. 13-23). Han mener desuden, at der er mange forskellige veje til læring. Han udtaler, at "Læreren, der ikke tillader eller opmuntrer til en mangfoldighed af måder at håndtere problemer på, giver sine elever intellektuelle skyklapper på og begrænser deres synsfelt til den sti, lærerens bevidsthed tilfældigvis bifalder" (Dewey, 2005, s. 191). Dewey ser således en divers tankegang i elevgruppen som en styrke, og at læreren skal være bevidst om at skabe et rum, hvor mange løsninger er at foretrække frem for én løsning. Ydermere understreger han, at mennesket aktivt tilpasser sig sine omgivelser, og dermed kan tolkes som værende i konstant forandring (Beck m.fl., 2014, s. 402). Med Deweys teori har vi i vores projekt fokus på elevernes mundtlighed, mulighed for at gøre sig erfaringer med det faglige indhold samt et klasserum, hvor mange løsninger er at foretrække.

Repræsentationsformer i matematik

En måde at foregribe Deweys erfaringslæring i en undervisning finder vi hos Jerome Bruner. Han var optaget af, hvordan børn konstruerer og udvikler viden gennem tre repræsentationsformer: *enaktive repræsentationer, ikoniske repræsentationer og symbolske repræsentationer* (Bruner, 1964, s. 2). Bruners tankegang er senere blevet anvendt i matematisk sammenhæng til at skabe en tydelig progression i undervisningen, og derigennem bidrage til udviklingen af matematisk forståelse. De tre repræsentationsformer beskrives nu som CPA, efter konkret *concrete,* visuel *pictorial* og abstrakt *abstract* (Bull & Blankholm, 2023, s. 37-44). Den konkrete repræsentationsform henviser til aktiviteter, hvor fysiske materialer benyttes til at illustrere matematiske operationer. Ved de visuelle repræsentationer tegner eleverne deres mentale billeder og synliggør kobling mellem det konkrete og det abstrakte. Sidst er de abstrakte repræsentationer, der består af matematiske symboler og ord (Hafiziani, 2015, s. 114). Flere forskningsundersøgelser understøtter effekten af CPA i matematik-undervisning. Et eksempel herpå er Bradly S. Witzells studie, der viser, at elever undervist efter CPA opnår bedre resultater i algebra end kontrolgruppen. De gode resultater begrundes med, at eleverne gennem den tydelige progression i CPA opnår en dybere forståelse for de matematiske handlinger (Witzell, 2005, s. 49-58). Vi har valgt at tage udgangspunkt i Bruners struktur, da vi er optaget af, at eleverne opnår en dybere forståelse for procentbegrebet.

Med afsæt i vores teoretiske fundament vil vi senere i opgaven beskrive, hvordan vi har tilrettelagt en undervisning, der understøtter regnestrategier indenfor procent.

Metode og præsentation af empiri

I det følgende afsnit beskrives de metoder, vi har anvendt for at undersøge vores problemformulering samt den empiri, vi har konstrueret. Afsnittet vil synliggøre, hvordan vores valgte metoder udføres, hvad de indeholder, samt hvordan de bidrager til vores projekt. Indledningsvis beskrives vores vidensteoretiske afsæt, hvorefter afsnittet vil være tredelt efter vores konstruerede empiriske data: test, interviews og afprøvet undervisning.

Vidensteoretiske grundlag

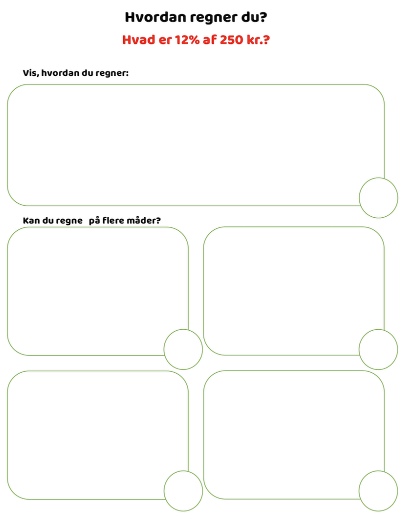
Vores videnskabsteoretiske ståsted er præget af fænomenologien. Her er vi optaget af den menneskelige erfaring og fokus rettes mod, hvordan et fænomen formes i menneskets bevidsthed, som et produkt af en interaktion mellem subjektet og verden (Jørgensen, 2022). I fænomenologien anvendes begrebet *livsverden* om den konkrete virkelighed, vi lever i. Med blik for en persons livsverden må man undersøge, hvilke erfaringer personen har gjort sig med verden, og lade dette være genstand for analyse (Jørgensen, 2022). For at udfolde en persons erfaringer, er vi ligeledes med et fænomenologisk videnskabsteoretisk afsæt opmærksomme på, at menneskets bevidsthed altid intentionelt er rettet mod noget. Verden er dermed konstrueret af bevidstheden afhængig af den specifikke kontekst og de sociale processer, man indgår i (Bak, 2017, s. 53-57).

Med et fænomenologisk videnskabsteoretisk grundlag er vi i vores projekt særligt nysgerrige på at undersøge specifikke erfaringer med procentregning i folkeskolen. Vi har med vores metodiske valg været optaget af, hvordan disse subjektiviteter kommer til udtryk. Vi er opmærksomme på, at vi undersøger et afgrænset fænomen, og at der kan opstå blinde vinkler.

Test af strategirigdom

For at undersøge om en elevgruppe udviser fleksibilitet og adaptivitet, har vi udarbejdet en todelt test inspireret af Joelsdóttirs test (Joelsdóttir, 2023, s. 42-43). Første del er en test inden for de fire regnearter for at danne et overblik over, om eleverne er fleksible og adaptive inden for grundlæggende matematiske emner. Dette efterfølges af en test i procentregning. På baggrund af de to tests har vi mulighed for at sammenholde elevernes strategivalg og udfolde, om der gør sig noget særligt gældende i opgaverne med procent.

I testen med de fire regnearter er der to opgaver inden for hver regneart. I procenttesten har vi udvalgt tre områder på baggrund af, hvilke opgavetyper der optræder i Folkeskolens Prøver i matematik. Alle opgaver er udvalgt med udgangspunkt i, at de kan løses smart med en talbaseret strategi. Et eksempel på en opgave ses til højre.



Testene består af fire runder, hvor de tre første runder følger Joelsdóttirs metode. I første runde skal eleverne besvare spørgsmålene med deres foretrukne regnestrategi i det øverste felt, som ses på billedet ovenfor. I anden runde skal eleverne finde flere måder at løse samme opgave, og skrive dem i de mindre felter. Eleverne skal i tredje runde rangere strategierne fra 1 til 5, hvor 1 er den strategi, de synes er smartest eller bedst. For at få adgang til elevernes refleksioner har vi, med afsæt i Deweys erfaringslæring, tilføjet en mundtlig opsamling (Beck mfl., 2014, s. 397-402). Denne giver et større indblik i elevernes subjektive erfaringer med materialet (Jørgensen, 2022). Eleverne skal uddybe deres foretrukne strategier og beskrive, hvorfor de er smarte. Herved adskiller vi os fra Joelsdóttirs metode.

Vi har udført testen to gange - først med fem elever fra 8. klasse og dernæst med fem elever fra 9. klasse. Alle elever er fra samme skole i Aarhus Kommune. Deres lærere har sammensat elevgruppen på baggrund af vores ønske om en diversitet i deres matematikfaglige niveau. Vi har på forhånd via et forældrebrev indhentet tilladelse til, at eleverne må deltage. Herved overholder vi GDPR-lovgivningen (Databeskyttelsesloven, 2018, artikel 6, stk. 1).

Under testen har vi udført strukturerede observationer for at få et kvalitativt perspektiv på testen (Østergaard, 2017, s. 31). Formålet med observationerne er at få et mere præcist indblik i, hvad eleverne gør under testen, som vi ikke får adgang til via testmaterialet. Under observationerne er vi fx blevet opmærksomme på, at flere elever tæller på fingrene. I udførelsen af testen positionerer vi os som deltagende observatører (Østergaard, 2017, s. 33). Ved at indtage denne position har vi mulighed for at instruere dem i testen og gennemføre opsamlingen, da dette kræver interageren med eleverne. Som deltagende observatører har vi desuden mulighed for at besvare forståelsesrelaterede spørgsmål. Qua vores tilstedeværelse er vi opmærksomme på, at vi kan have påvirket elevernes handlinger. Vi kan derfor ikke ukritisk konkludere på baggrund af vores empiri (Østergaard, 2017, s. 36-38).

Vi har behandlet testene både kvantitativt og kvalitativt. I den kvantitative behandling af testene har vi lavet statistik over antal korrekte, forkerte og ubesvarede elevbesvarelser. I den kvalitative behandling af testene har vi analyseret besvarelserne for at kortlægge, hvilke regnestrategier de har benyttet i opgaveløsningen. Overordnet oplevede vi, at eleverne var bundne af standardalgoritmer i de fire regnearter. I additions- og multiplikationsopgaverne kunne eleverne finde mere end én strategi, hvor de i subtraktion og division kun kunne løse opgaverne med én strategi. Eleverne var mere udfordrede i procentregning og havde generelt flere forkerte svar i procentopgaverne. I analysen går vi i dybden med enkelte opgaver og analyserer elevernes valgte regnestrategier.

Kvalitative forskningsinterviews

For at undersøge hvilken indflydelse lærerens overbevisning om matematikundervisning har på elevernes strategirigdom, har vi udarbejdet en interviewguide, og udført to interviews med matematiklærerne i henholdsvis 8. og 9. klasse. Lærerne er blevet oplyst om deres mulighed for at modtage det transskriberede interview efterfølgende. Sofie har en perifer relation til lærerne, da hun har været i praktik på skolen. Vi har valgt, at hun udfører interviewene, da vi ser relationen som en fordel, når interviewet omhandler subjektive erfaringer. Vores kvalitative forskningsinterview er semistruktureret (Brinkmann & Tanggaard, 2022, s. 42-46) og følger en række forskningsspørgsmål under kategorierne: *God undervisning, Regnestrategier, Talforståelse* og *Overbevisning*. Under disse kategorier er uddybende interviewspørgsmål (se bilag 1). Vi er opmærksomme på, at interview-data altid vil være konstruerede i den givne situation, og at det er vores forskningsspørgsmål, der styrer lærernes bevidsthed (Jørgensen, 2022). Med et kvalitativt interview kan vi komme nærmere lærerens livsverden, og derigennem opnå en større forståelse for deres subjektive erfaringer (Jørgensen, 2022). Som grundlag for analysen har vi foretaget en tematisk kategorisering af data fra interviewene (Bak, 2017, s. 20). Kategorierne er lærerens syn på regnestrategier, talforståelse, procent samt overbevisning om matematik. I vores projekt vil dette bidrage til besvarelsen af, hvordan lærerens overbevisning om matematikundervisning påvirker elevernes strategirigdom. Med interviewene får vi adgang til en begrænset mængde data, og kan derfor ikke konkludere noget generelt, men kun indikere nogle træk ved to specifikke personer.

Efter interviewene med to matematiklærere har vi fået indblik i deres tanker og erfaringer om matematikundervisning og regnestrategier. Lærer A, som løbende i opgaven kaldes Anne, er en erfaren lærer. Hun er optaget af, at eleverne udvikler lysten til matematik i et trygt læringsrum. Anne har god erfaring med at præsentere mange strategier for eleverne, men samtidig få dem til at vælge én strategi, som de skal dygtiggøre sig indenfor (Se bilag 2 for transskriberet interview). Lærer B, som løbende kaldes Bent, er ligeledes en erfaren matematiklærer på skolen. Bent er bl.a. optaget af at få elevernes tænkning frem i rummet gennem skitser, og lader ligeledes eleverne vælge én strategi (Se bilag 3 for transskriberet interview).
Vi vil i analysen udfolde interviewene med afsæt i vores problemformulering.

Undervisning i regnestrategier

På baggrund af vores teoretiske fundament har vi udarbejdet en undervisning, som er afprøvet i en 9. klasse, hvor læreren Bent er matematiklærer. Tidligere har fem elever fra klassen deltaget i vores test.
Undervisningen består af én lektion, hvor fokus er på at udvikle elevernes regnestrategier indenfor procent. Med afsæt i Illeris' indholdsdimension har vi valgt at arbejde med opgavetypen *Hvor stor procentdel udgør del af helhed?*, da det er den opgavetype, færrest elever svarede korrekt på. På makroniveau har vi struktureret undervisningen efter Bruners CPA-struktur (Bruner, 1964, s. 2). For at få adgang til elevernes refleksioner, afrundes undervisningen med en fælles Number Talk som opsamling. Number Talk beskrives af matematikdidaktiker Jo Boaler som en pædagogisk metode, hvor elevernes talforståelse udvikles (2022, s. 56). Ud fra samspilsdimension er vi især opmærksomme på at rammesætte samarbejdende aktiviteter. I nedenstående tabel ses en reduceret udgave af vores undervisningsplan på makroniveau (Se bilag 4 for udvidet undervisningsplan).

Opstart	Kort om os, hvorfor vi er her, hvad skal lave i dag. Vi er interesserede i, hvordan I regner og ikke hvad I er kommet frem til.
C	**Fælles:** Præsentation af procentdiagram og centicubes **Makkerpar:** Opgaveløsning med centicubes og procentdiagram **Number Talk:** Hvordan har I løst det?
P	**Fælles**: Præsentation til procentdiagram, blokmodel og fordobling/halvering **Makkerpar**: Opgaveløsning med procentdiagrammer og blokmodeller **Number Talk**: Hvordan har I løst det?
A	**Fælles**: Præsentation til abstrakte repræsentationer **Makkerpar**: Opgaveløsning med valgfrie strategier **Number Talk:** Hvordan har I løst det?

Number Talk	Tænk på de måder vi har regnet på i dag. Kan I bruge noget af det til at løse opgaverne? Kig godt på tallene, er der nogle smarte måder at løse det på? - Abstrakt opgave - Problemløsende opgave

For at konstruere data ud fra undervisningen, har vi anvendt struktureret observation som metode (Østergaard, 2017, s. 31). På baggrund af observationer vil vi analysere elevernes valg af regnestrategier. I undervisningen positionerer vi os forskelligt. Emma indtager lærerrollen og er derigennem deltagende observatør (Østergaard, 2017, s. 32-34). Med denne position har hun mulighed for at interagere med eleverne og spørge ind til deres udtalelser. Sofie positionerer sig som observatør, der deltager. Denne rolle giver adgang til at observere elevernes interaktion med materialet og deres faglige samtaler. I vores observationer er vi udelukkende optaget af, om vores undervisning har indvirkning på elevernes valg af strategier. Vi har en kvalitativ tilgang til behandlingen af vores observationer.

Til afprøvningen af vores undervisning opstod en praktisk hindring, som gjorde, at vi ikke havde klassen til rådighed i vores planlagte 45 minutter. Vi har derfor kun afprøvet første halvdel af vores undervisningsplan. Vi oplevede, at eleverne, på baggrund af vores præsentation af forskellige strategier, anvendte dem til opgaveløsningen. Det stod tydeligt frem, at eleverne var optaget af at finde smarte strategier med afsæt i vores materialeudvalg frem for at bruge en standardalgoritme.
Dette udfoldes nærmere i analyseafsnittet.

Analyse

Dette afsnit omfatter en analyse af vores empiri. Indledningsvis vil vi analysere elevernes testresultater for at undersøge, om den konkrete elevgruppe agerer fleksibelt og adaptivt i matematikopgaver knyttet til de fire regnearter og procent. Dernæst vil vi analysere interviewene med to lærere, for at udfolde deres overbevisninger om matematik i henhold til regnestrategier. Ydermere vil vi undersøge, hvorvidt lærerens overbevisninger kan påvises i elevernes testresultater. Som afrunding vil vi analysere vores afprøvede undervisningsmateriale for at belyse, hvordan man kan støtte udviklingen af elevers strategirigdom på baggrund af pointer fra analysen af elevtests og interviews.

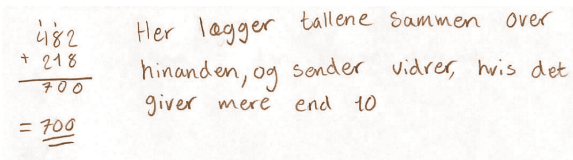
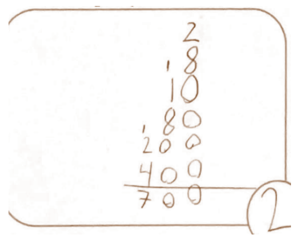
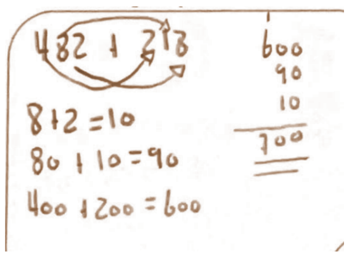
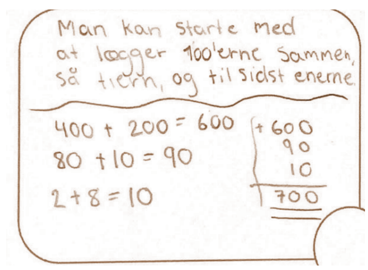
Elevernes testresultater

For at undersøge elevernes fleksibilitet og adaptivitet, vil vi i analysen først belyse eksempler fra testene og analysere dem med Ostad, Joelsdóttir og Sundes begrebsapparater. Efterfølgende vil vi sammenligne de to tests med henblik på at synliggøre forskellen på elevernes fleksibilitet og adaptivitet indenfor de fire regnearter og procent.

De fire regnearter

Når vi tager et overordnet analytisk blik på elevernes testresultater i de fire regnearter, er der flere pointer, vi vil fremhæve. Andelen af korrekte svar i alle fire regnearter er 95%. Det er inden for rammen af de landsdækkende prøveresultater fra de seneste Folkeskolens Prøver i matematik, hvor vi har fået oplyst af formand for opgavekommissionen i matematik Kaj Østergaard, at mellem 70-95% af elever svarer rigtigt på opgaver i de fire regnearter.

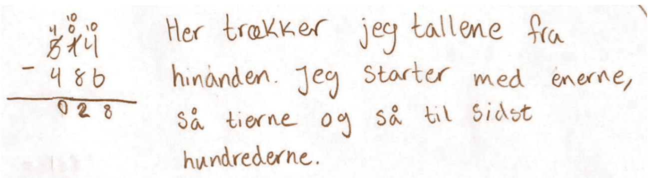
Med afsæt i additionsopgaven **482 + 218** har eleverne samlet benyttet fire forskellige regnestrategier: lodret opstilling, lodret opstilling med tallene inddelt efter positionssystemet, vandret opstilling efter positionssystemet og store tal først. Eksempler på strategierne ses i tabellen nedenfor.

<table>
<tr><th>Lodret opstilling</th><th>Lodret opstilling efter positionssystemet</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><th>Vandret opstilling efter positionssystemet</th><th>Store tal først</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Tabel 1: Inddeling af elevsvar - regnestrategier i additionsstykket 482 + 218

For at analysere regnestrategierne inddeler vi dem efter tal- og cifferbaserede strategier. I ovenstående eksempel er strategien "store tal først" den eneste talbaserede strategi. Set med Ostads begrebsapparat anvender eleverne primært backupstrategier i stedet for at forholde sig til tallene (Ostad, 2013, s. 104). Samtlige elever har valgt lodret opstilling som deres foretrukne strategi. I den mundtlige opsamling fortæller flere elever, at de foretrækker den lodrette opstilling, fordi de ikke behøver at tænke. Vi tolker dette sådan, at eleverne med lodret opstilling ikke finder det nødvendigt at forholde sig til hele regnestykket, men blot følge en opskrift. Selvom en enkelt elev i den mundtlige opsamling udtaler, at hun synes, det var smartest at regne opgaven med de store tal først, foretrækker hun stadig lodret opstilling. Der tegner sig et billede af en elevgruppe, der på den ene side regner korrekt, hvilket er værdifuldt i færdighedsregning, men på den anden side ikke udviser overbevisende talforståelse. Jævnfør Sunde og Joelsdóttirs begrebsapparat udviser eleverne fleksibilitet, da alle elever har mere end en strategi i additionsopgaverne, men ingen adaptivitet, da de ikke vælger strategier ud fra tallenes egenskaber.

Som før nævnt opstår der hyppigere fejl, når man benytter cifferbaserede regnestrategier. I subtraktionsopgaven **514 - 486** regner 7 ud af 10 elever sig frem til svaret 028 i stedet for det "rigtige" svar 28. Som i additionsopgaverne har samtlige elever valgt at benytte den cifferbaserede strategi lodret opstilling. På billedet ses et eksempel.



Ifølge Kaas' beskrivelse af talforståelse udviser eleven lav talforståelse, da han giver svaret 028. Besvarelsen tyder på, at eleven regner stykket rutinemæssigt og uden at forholde sig til, hvad 028 betyder som svar. I den mundtlige opsamling sagde ingen elever, at svaret var "nul-otteogtyve", hvilket indikerer, at eleverne godt kan ræsonnere sig frem til, at 028 er det samme som 28. Svaret vil blive accepteret som korrekt i en færdighedsregningsprøve, men giver indtryk af en lav talforståelse hos elevgruppen.

Vi har udvalgt regnestykket for at besværliggøre en løsning med standardalgoritmer. Der skal lånes fra flere positioner i regnestykket, som det ses på billedet ovenfor. I stedet lægger regnestykket op til at benytte retrivalstrategier som fx at tælle op fra 486 til 500 og så videre til 514. Set gennem Ostads begrebsapparat har samtlige elever valgt den mere omfattende og ressourcekrævende backupstrategi til at løse regnestykket.

Vi vil ikke gå i dybden med elevernes svar til multiplikation og division, da samme pointer også gør sig gældende her.

På baggrund af vores analyse af elevernes strategi kan vi se, at eleverne mestrer deres foretrukne strategi og udviser høj nøjagtighed. Derudover synliggør testen, at eleverne besidder delvis fleksibilitet inden for addition og multiplikation. I subtraktion og division har eleverne kun én løsningsstrategi og demonstrerer derfor ingen fleksibilitet. Eleverne udviser ingen adaptivitet, og vælger konsekvent en standardalgoritme som deres foretrukne løsningsstrategi. Generelt danner der sig et ensformigt billede af et overdrevet brug af standardalgoritmer. Dette kan blive et problem for eleverne, da standardalgoritmer er begrænsede, når de anvendes på nye problemer (Hatano & Oura, 2003, s. 26-29).

Procentregning

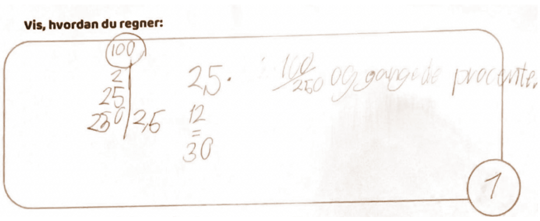
I arbejdet med opgaverne i procentregninger, er der flere pointer, vi vil fremhæve. Testen er inddelt i tre område inden for procentbegrebet, som ses i tabellen nedenfor:

Kategori	Eksempel på opgave	Andel, der har svaret korrekt
Find del af helhed	Hvad er 12% af 250 kr.?	70 %
Hvor stor procentdel udgør del af helhed?	Hvor mange procent er 30 kr. ud af 150 kr.?	45 %
Del udgør procentdel - hvad er 100%?	50 kr. udgør 20% - hvor meget er 100%?	85 %

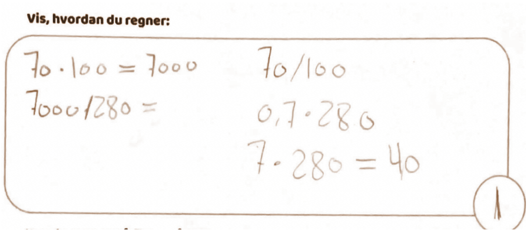
Tabel 2: Inddeling af procentopgaver og svarprocent

På baggrund heraf kan vi se, at eleverne har betydelig større udfordringer ved procentregning, end de har med de fire regnearter. Når vi analyserer elevernes svar, står tre svarkategorier frem: standardalgoritmer, fejlsvar og talbaserede strategier.

Et eksempel på en opgave løst med en standardalgoritme ses til højre. Eksemplet viser en elev som har benyttet 'slikkepindsmetoden' til at løse opgaven: **Hvad er 12% af 250 kr.?**. Eleven forklarer mundtligt, at han først finder 1% ved at dividere 250 med 100. I denne opgave er slikkepindsmetoden et benspænd. Eleven forsøger forgæves først at dele 2 med 100, dernæst 25 med 100 og ender til sidst med 250 divideret med 100, som var det oprindelige regnestykke. Han har dermed brugt tid og tankevirksomhed på at skrive slikkepindsmetoden op, samt forsøgt med de første to udregninger. Med afsæt i Ostads teori er dette et eksempel på en cifferbaseret strategi, som er langsommelig og ressourcekrævende. Eleven er kommet frem til det korrekte svar, men med afsæt i Sunde og Joeldóttirs definition af adaptivitet, peger valget af regnestrategi på, at eleven ikke agerer adaptivt.

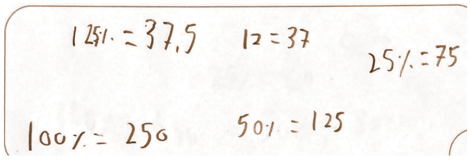


I testen laver eleverne forskellige typer af fejlsvar. Et eksempel er i opgaven: **Hvor mange procent er 70 kr. ud af 280 kr.?** Elevens udregninger antyder en usikkerhed omkring, hvordan opgaven skal løses. Udregningen består af fem forskellige regnestykker, hvoraf ingen leder frem til det korrekte svar. Eleven udtaler til den mundtlige opsamling "Skal man gange med hundrede eller dividere med hundrede?". Det har stor indflydelse på tallets størrelse, om man ganger eller dividerer med hundrede - derfor er den valgte regneoperation ikke uden betydning. Med afsæt i Kaas' definition af talforståelse tyder det på, at eleven har en begrænset forståelse af procentbegrebet, og blot forsøger at huske en regneregel. Det er ligeledes interessant at analysere dette fejlsvar ud fra Ostads teori om regnestrategier. Eleven tilgår opgaven med en cifferbaseret strategi, og forholder sig ikke til opgavens spørgsmål, men afprøver blot

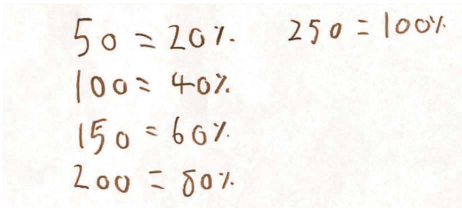


en række forskellige standardiserede regneoperationer. I alle fem løsningsforsøg indgår elementer af udregninger, som kan anvendes i andre typer procentopgaver.

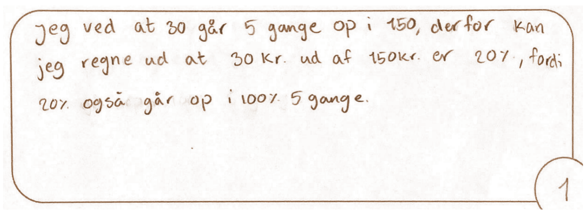
Et andet fejlsvar er til opgaven: **Hvad er 12 % af 250 kr.?** Her anskuer eleven opgaven ud fra den talbaserede strategi halvering. Eleven udviser dermed en delvis talforståelse, men regner til sidst forkert, da han gennem sin halvering rammer 12,5% = 37,5 og blot fjerner 0,5 fra begge tal. Vi vil kategorisere elevens strategivalg som værende delvis adaptiv, da han aktivt forholder sig til tallene, men regner forkert, fordi han har en grundlæggende fejlopfattelse af procent og decimaltal. Set gennem Illeris begrebsapparat har denne elev en læringsbarriere i form af *fejllæring*, da han har tilegnet sig en forkert forståelse af et emne.



Sammenlignet med elevernes testresultater indenfor de fire regnearter udviser enkelte elever en større talforståelse i procentopgaverne. Et eksempel på en opgave, hvor vi sporer talforståelse, er i opgaven: **50 kr. udgør 20% - hvor meget er 100%?**, hvor eleven i den mundtlige gennemgang forklarede: “Jeg fordoblede fra 20% til 40% og hele vejen til 100%”. Vi observerede ligeledes, at eleven talte på fingrene for at komme frem til svaret. Ifølge Ostad peger dét at tælle på fingrene ofte på, at eleven mangler talforståelse, men i denne opgave bliver fingrene brugt som en fysisk støtte til at løse opgaven gennem gentagen addition. Set igennem Ostads begrebsapparat benytter eleven tallenes egenskaber til at komme frem til det rigtige svar. At eleven løser opgaven ved hjælp af en talbaseret strategi tyder på, at han forholder sig til opgavens egenskaber, og derefter vælger den smarteste strategi. På baggrund af Sunde og Joelsdóttirs definition agerer denne elev adaptivt i løsningen.



Et andet eksempel, hvor eleven viser talforståelse, er i opgaven: **Hvor mange procent er 30 kr. ud af 150 kr.?** Eleven ser på tallene og udnytter sin viden om, at 30 og 150 indgår i samme tabel. Hun gennemskuer hurtigt, at 30 går op i 150 fem gange. Denne viden kobler hun sammen med sin generelle forståelse af procent, da hun gennemskuer, at 20% går op i 100% fem gange. Med Ostads begrebsapparat anvender eleven tydeligt en retrievalstrategi, da hun trækker på sin viden og forholder sig til opgaven derudfra. Opgaveløsningen bliver ikke særlig energikrævende for eleven, og hun går hurtigt videre fra opgaven. Denne elev udviser en overordnet forståelse for procentbegrebet i sin test, da hun ved 4 ud af 6 opgaver agerer adaptivt. Dette understøttes også i den mundtlige opsamling, hvor hun forklarer sine fremgangsmåder overbevisende.



Når vi analyserer elevernes løsningsstrategier, er det primært inden for kategorien *Find del af helhed*, at eleverne kan finde mere end én strategi. Den eneste afstikker er én enkelt elev, som har én alternativ løsning til kategorien *Del udgør procentdel - hvad er 100%?*. Eleverne udviser generelt ikke strategirigdom. Dog ser vi, at enkelte elever benytter deres talforståelse og agerer adaptivt i procentopgaverne. Eleverne er tvunget til at tænke smart, da de ikke kan huske regnereglerne til procent. Dette medfører dog en større andel fejlsvar end i opgaverne med de fire regnearter. I de fire regnearter lykkes eleverne med at løse opgaverne korrekt med standardalgoritmer, men de agerer ikke adaptivt. I procent ser vi en højere grad af adaptivitet, men at standardalgoritmer bliver en hindring for dem.

Lærerinterviews

For at undersøge hvilken indflydelse lærerens overbevisninger om matematikundervisning har på elevernes strategirigdom, vil vi analysere vores to interviews med matematiklærerne med afsæt i Paul Ernests tredeling af overbevisninger om matematik. Da vores primære fokus er på overbevisning om matematikundervisning, vil denne del vægte tungest i analysen.

Overbevisninger om matematikkens natur

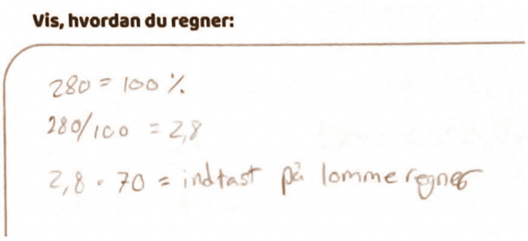
Overbevisninger om matematikkens natur knytter sig til lærerens opfattelse af matematik på et overordnet plan. På baggrund af interviewene vurderer vi, at begge lærere anser matematikkens natur som noget dynamisk, samt fremhæver et undersøgende og problemorienteret syn på matematik. Det udleder vi bl.a. af Annes udtalelse: “På ungdomsuddannelser og videre igen så er man også [...] nødt til at kunne problembehandle” (19:02). Hun uddyber videre, at hun ser problemløsning som den måde, hvorpå matematik bidrager i et samfundsperspektiv. At lærerne ser matematik som værende dynamisk betyder, at de forstår matematik som noget, der hele tiden udvikler sig i samspil med samfundet. Den dynamiske tankegang kan yderligere overføres til deres syn på elevernes mulighed for faglig udvikling. Anne siger i løbet af interviewet: “De må også gerne opleve en gang imellem at komme lidt galt af sted, fordi de erfaringer kan vi bruge til noget” (01:33). Det taler ind i Deweys teori om erfaringslæring, da man ifølge ham lærer gennem erfaring. Denne erfaring finder sted, når man i undervisningen skal løse problemer. Begge lærere pointerer yderligere, at færdighedsregning ikke fylder meget i hverdagen, hvorfor de prioriterer en problemløsende tilgang til matematik.

Overbevisninger om matematikundervisning

Overbevisninger om matematikundervisning henviser til lærerens opfattelse af, hvordan man mest hensigtsmæssigt underviser i matematik. Et af de centrale emner i interviewene er lærernes syn på regnestrategier. Begge lærere understreger, at de præsenterer eleverne for et udvalg af regnestrategier, men at eleverne individuelt skal vælge én strategi, som de skal dygtiggøre sig inden for. Deres argument er, at eleverne i en presset testsituation let bliver forvirrede og blander flere strategier sammen. Bent siger bl.a.: "Så kommer det til eksamen til sidst, og [...] der skal de bare have en metode at gribe i" (14:36). Det er interessant at anskue ud fra Giyoo Hatanos begreb *rutineeksperter* (Hatano, 2003, s. xi-xiii). Han beskriver, hvordan rutineeksperter er elever, der anvender bestemte strategier til bestemte opgavetyper. Denne elevgruppe løser opgaver hurtigt og præcist, men har ingen forståelse bag. Tilgangen er begrænsende, da den kun kan bruges på specifikke opgavetyper. Når vi analyserer lærerens udtalelser ud fra Hatanos definition, er lærerne, med deres overbevisning, med til at fordre rutineeksperter i undervisningen. Anne udtaler i interviewet: "Der er helt klart noget i at jeg [...] siger at de skal vælge én metode og <u>blive</u> i den metode fordi så er man jo også med til at standardisere den metode" (09:29). Ifølge Pernille Sundes forskning har Anne ret i, at man gennem automatisering af strategivalg risikerer, at strategierne får karakter af algoritmer (2022, s. 18). Hvis man værdsætter elevernes adaptivitet og fleksibilitet, skal man, ifølge Sundes forskning, ikke automatisere elevernes strategivalg. Lærerne ser ikke færdighedsregning som matematikkens formål. Dette er i tråd med deres overbevisning om matematikkens natur, hvor de vægter problemløsning. Det korresponderer med at de nedprioriterer undervisning i regnestrategier i opgavetyper, der knytter sig til færdighedsregning.

Når vi sammenholder ovenstående viden med elevernes testresultater, opdager vi, at størstedelen af eleverne handler som rutineeksperter i de fire regnearter. I disse opgaver svarer eleverne overvejende korrekt, og bruger samme standardalgoritmer til løsningen. Det samme gør sig gældende hos nogle elever i procentopgaverne. Denne elevgruppe følger ved alle opgaver fremgangsmåden; find først én procent og find derudfra procentdelen i spørgsmålet. Strategien fungerer i enkelte opgavetyper, men kan ikke anvendes i alle områder af procentregning.

Et eksempel på dette er i opgaven: **Hvad er 70 kr. ud af 280 kr**.**?**, hvor nogle elever forsøger at finde 1% og derfra regne ud, hvor stor en procentdel 70 kr. udgør. På billedet ses et eksempel. Samme tankegang kan vi spore i interviewet med Bent, som udtaler: "Jeg bliver ved med at holde fast i, at det betyder per hundrede, pro, cent [...] så det handler om, hvor mange bidder af hundrede" (33:09). Hans syn på procentbegrebet kan være med til at fastholde eleverne i opfattelsen af, at man altid skal finde en "bid" af hundrede. I opgaven bliver det tydeligt, at den rutineprægede tankegang spænder ben for eleverne, da de ikke kan bruge strategien til at udregne denne type procentopgaver. Paul Ernest pointerer i sin teori, at lærerens overbevisninger om matematikundervisning har afgørende indflydelse på, hvordan matematikundervisningen tilrettelægges. I ovenstående eksempel kan vi med Ernests begrebsapparat antyde, at når lærerens overbevisning om matematikundervisning er præget af automatisering af regnestrategier, kan det tyde på, at eleverne opnår en begrænset strategirigdom.



Vi vil nu kort vende tilbage til lærernes udtalelser om, at det er vigtigt, at eleverne har en strategi, der virker i testsituationer. Onlineredaktør på Folkeskolen.dk Karen Ravn beskriver i sin artikel "Ny forskning: 'teaching to the test' udbredt i Danmark" at halvdelen af de adspurgte lærere underviser med udgangspunkt i forestående tests (Ravn, 2016). Set i lyset af Ravns artikel kan vi spore en lignende tankegang hos både Anne og Bent. De finder det begge væsentligt, at eleverne har én velfungerende metode, der kan hjælpe dem i testsituationer. Hvis vi anskuer dette fra Kaas og Sundes perspektiv, vil denne tankegang begrænse elevernes strategirigdom. Vi vurderer på baggrund af ovenstående, at udefrakommende faktorer, såsom tests, kan påvirke lærernes overbevisning om matematikundervisning, som derigennem påvirker elevernes strategirigdom.

Ernest fremhæver, at lærerens overbevisning har indflydelse på, i hvilket omfang skolens curriculum præger undervisningen. Som vi har analyseret os frem til, vægter Anne og Bent ikke strategirigdom hos den enkelte elev i deres undervisning. I interviewet skal lærerne forholde sig til flg. citat:

> Det er centralt, at læreren udfordrer og støtter de enkelte elever på en måde, så eleverne udvikler deres regnestrategier på baggrund af deres talforståelse frem for at lære procedurer for opstilling og udregning. Der sigtes ikke mod opøvelsen af standardiserede algoritmer. (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019, s. 15)

Anne oplever at kunne spejle sin undervisning i citatet, da hun præsenterer flere strategier for eleverne, men erkender også, at hun kan være med til at begrænse elevernes strategirigdom, da de netop skal vælge én strategi. Bent fortæller, at han i løbet af årene har skiftet holdning angående regnestrategier på baggrund af sine erfaringer. Hans nuværende overbevisning er, at eleverne skal fastholde den strategi, de på mellemtrinnet er blevet præsenteret for. Set i lyset af Ernests teori, er især Bents erfaringer og overbevisninger årsag til, at han ikke altid planlægger undervisning i tråd med den vejledende læseplan. Begge lærere anerkender citatet, men vægter deres erfaringer tungere. Set med Deweys begrebsapparat begrænser lærerne elevernes synsfelt, til den form for undervisning, som lærerne bifalder (Dewey, 2005, s. 191). Deweys syn kan dog også anvendes som løsningen, da han mener, at mennesket aktivt tilpasser sig sine omgivelser. Eleverne vil altså, ifølge Deweys begrebs-apparat, gradvist udvikle flere regnestrategier, hvis læreren eksplicit underviste heri. Det er dog vigtigt at understrege, at selvom regnestrategier har været nævnt i læseplanen i mere end 20 år, er det ikke et bindende dokument for lærerne. De har autonomi til selv at tilrettelægge deres undervisning på baggrund af deres overbevisninger og erfaringer (Skott, 2004, s. 227-257).

Overbevisninger om matematiklæring

Lærerens overbevisninger om matematiklæring knytter sig til deres læringsmæssige syn på, hvordan elever opnår matematisk viden, altså de mentale processer lærerne finder væsentlige for læring. Når vi i dette afsnit analyserer lærerens overbevisninger om matematiklæring, vil vi gøre det med afsæt i, hvordan de underviser i procentregning. I interviewet fremhæver begge lærere, at de altid anvender hverdagseksempler, visuelle repræsentationer og konkrete materialer, når de underviser i procent. Anne begrunder dette med "Jeg synes hurtigt det [procentbegrebet] bliver ret abstrakt for mange, og så mister de tråden og overblikket i det". Set i lyset af Deweys og Bruners teorier gør eleverne sig konkrete erfaringer med procent gennem både fysiske materialer og visuelle repræsentationer, hvilket understøtter deres læring af procentbegrebet. Lærernes overbevisning om matematiklæring kommer dermed, på lige fod med de andre to overbevisninger, til udtryk i deres didaktiske valg.

På baggrund af ovenstående analyse af lærerens overbevisninger kan vi udlede, at der er mange faktorer, der påvirker lærerens overbevisninger om matematikundervisning. De adspurgte lærere vægter deres erfaringer tungere end de vejledende retningslinjer fra Matematik Læseplan. Selvom vi ikke kan spore en direkte kobling mellem lærerens overbevisning og elevernes testresultater, er der alligevel elementer, der peger i retning heraf. Eleverne fremstår som rutineeksperter, hvilket er i overensstemmelse med lærerens overbevisninger om automatisering af regnestrategier.

Afprøvet undervisning i regnestrategier

For at undersøge hvordan man kan arbejde med regnestrategier i procent i udskolingen med henblik på at støtte elevernes udvikling af fleksibilitet og adaptivitet, vil vi analysere undervisning, vi har udviklet og afprøvet. Ostad understreger, at det er muligt at opnå strategirigdom gennem undervisning i regnestrategier, hvorfor vi finder det relevant at undersøge (Ostad, 2013, s. 105-106). Som nævnt er undervisningen afprøvet i en 9. klasse, hvor læreren Bent er matematiklærer. Vi har valgt at undervise i den opgavetype i procent, som eleverne havde sværest ved i testen. I undervisningen præsenteres eleverne for en række regnestrategier, der understøttes af konkrete materialer og tegning.

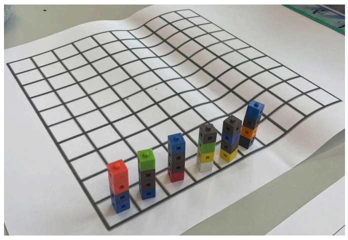
Meningsfuld undervisning og grundlæggende rammer for læring

Vi understregede indledningsvis i vores undervisning vigtigheden af en procentforståelse i hverdagen. Med Illeris' begrebsapparat er dette med til at skabe meningsfyldte rammer omkring indholdet. Illeris fremhæver mening som det, der skaber drivkraften i en læringssituation (Illeris, 2019, s. 10-14). Dette er essentielt i en læringssituation, da samspillet mellem drivkraft og indhold er en vigtig proces for at skabe læring. Eleverne samarbejdede i makkerpar om de konkrete aktiviteter og kunne hjælpe hinanden med at forstå det faglige. I lyset af Illeris' læringstrekant muliggør vores undervisning et aktivt samspil mellem det individuelle og det sociale. I takt med undervisningens progression arbejder eleverne mere individuelt. Herigennem muliggøres den individuelle bearbejdelse af indholdet. Med Illeris' læringsforståelse skaber undervisningen rammer, der muliggør en faglig udvikling i regnestrategier.

Nedslag i specifikke aktiviteter

I følgende afsnit vil vi gå i dybden med tre aktiviteter fra vores udførte undervisning. Vi analyserer aktiviteterne med henblik på at kortlægge, hvordan aktiviteterne understøtter elevernes udvikling af adaptivitet og fleksibilitet i deres valg af regnestrategier i procentregning. Undervisningen centrerer sig om opgaver af typen: *Hvor stor procentdel udgør del af helhed?*

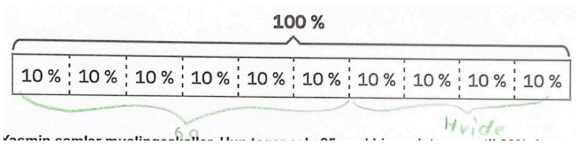
I den indledende aktivitet skulle eleverne løse rene procentopgaver, f.eks: *40 centicubes er 10%, hvad er 100%?* Eleverne skulle løse opgaverne ved hjælp af et stort procentdiagram og centicubes. Hvis man ser på aktiviteten med CPA-teori, arbejder eleverne med den konkrete repræsentation (Bull & Blankholm, 2023, s. 37-44). Her bruges det konkrete materiale centicubes til at illustrere den matematiske operation *at finde 1%.* Arbejdet med konkrete materialer bidrager til at skabe overgangen til at kunne løse opgaven ved hjælp af visuelle repræsentationer som tegning og modeller (Hafiziani, 2015, s. 114).
Med udgangspunkt i Ostads inddeling af regnestrategier, har denne aktivitet fokus på at fremme retrievalstrategier (Ostad, 2013, s. 103-106). Det at eleverne fysisk har matematikken i hænderne, skal bidrage til en grundlæggende forståelse af procentbegrebet. En strategi, vi oplevede at eleverne benyttede, var ligedeling. Først fandt eleverne de felter svarende til den procentdel de kendte fra opgaven. Som det ses på billedet benyttede de herefter ligedeling til at fordele det specifikke antal centicubes. Med denne strategi viser eleverne, at de forholder sig til tallene, hvorfor strategien er et godt valg til opgaven.



Set gennem Deweys begrebsapparat giver denne aktivitet eleverne mulighed for at gøre deres egne erfaringer med fagstoffet. Disse erfaringer skaber læring (Beck m.fl., 2014, s. 397). At få erfaringer med at bruge tal i forskellige kontekster bidrager ifølge Kaas til at skabe talforståelse (Kaas, 2022a). Set med både Dewey og Kaas' perspektiv bidrager denne opgave til at skabe læring om procent-begrebet, som derved kan lede til talforståelse. Aktiviteten giver eleverne mulighed for at tilføje en strategi til deres repertoire, hvilket øger deres fleksibilitet i forhold til strategivalg.

I den efterfølgende aktivitet skulle eleverne arbejde videre med procentregning. Eleverne fik et procentdiagram og en blokmodel til rådighed til at løse opgaverne. Blokmodellen er en skematisk model, som bruges til problemløsning i matematik. Den er baseret på Bruners teori om CPA, og er udviklet til at kunne benyttes som visuel repræsentation. Blokkene i blokmodellen bruges til at visualisere problemets forskellige elementer (Sunde, m.fl., 2020, s. 23-26). Opgaverne i aktiviteten bestod både af rene matematikopgaver og tekstopgaver, hvor eleverne skulle udlede de nødvendige oplysninger.

En af tekstopgaverne er *Kaspers hund har fået hvalpe. 12 af dem er brune, det svarer til 60%. Resten er hvide. Hvor mange hvalpe er der i alt?* I tekstopgaverne skal eleverne løse matematiske problemstillinger. Da denne opgave kredser om et problem, bidrager opgaven, ifølge Dewey, til at skabe læring, da erfaring finder sted, når problemer skal løses (Beck m.fl., 2014, s. 397). I elev-besvarelsen vist på billedet, har eleverne brugt blokmodellen til at visualisere problemet. Denne tilgang viser, at eleverne forholder sig til opgaven, og bruger blokmodellen til at skabe et overblik over opgavens oplysninger. Når vi holder CPA-teori op mod aktiviteten, er formålet at koble opgaverne med centicubes sammen med den kommende abstrakte matematik (Hafiziani, 2015, s. 114). Anskuet med Bruners begrebsapparat bidrager procentdiagrammet og blokmodellen til, at elever kan skabe et visuelt overblik over det matematiske problem. I de rene procentopgaver oplevede vi, at flere elever benyttede sig af strategien fordobling og halvering. I opgaven vist på billedet udviser eleverne forståelse for tallenes egenskaber. Eleverne har fordoblet og dermed fundet 80%. Herefter har de set en sammenhæng mellem de resterende 20% og de oprindelige 40%, og har halveret for at opnå 100%. I denne opgave har eleverne benyttet procentdiagrammet til at visualisere løsningen. Besvarelsen viser, at eleverne forholder sig til tallene, og den strategi bidrager til deres talforståelse (Ostad, 2013, s. 103-106).



At eleverne kan benytte visuelle repræsentationer som strategi, i både rene og problemløsende matematikopgaver, bidrager til deres strategirigdom og dermed deres fleksibilitet. På sigt kan udvidelsen af elevernes strategirigdom bidrage til, at de kan foretage et adaptivt strategivalg.

I vores undervisning var hensigten at gennemføre en Number Talk som afrunding. Som nævnt i metodeafsnittet fik vi ikke mulighed for at afprøve denne aktivitet, men løbende i undervisningen havde vi mindre udgaver af Number Talks som opsamling på opgaverne. Set med Illeris' lærings-trekant understøtter aktiviteten samspilsdimensionen, hvor eleverne i et deltagende miljø udvikler deres samarbejdsmuligheder og kommunikation (Illeris, 2019, s. 14). En vellykket Number Talk forudsætter en elevgruppe, der tør dele deres individuelle tankegang med fællesskabet, samt en lydhørhed overfor hinandens strategier. I de små Number Talks oplevede vi, at flere elever fik "aha-oplevelser", når deres klassekammerater delte deres refleksioner. Det kunne herigennem tyde på, at eleverne på baggrund af det sociale samspil gennemgår en intern bearbejdelse, som Illeris betegner som læringens produkt.

I Deweys teori er refleksiv tænkning en essentiel del af læring. Number Talk lægger op til, at eleverne skal forholde sig reflektivt til både deres egen regnestrategi, og deres klassekammeraters regne-strategier. Ifølge Dewey udspringer tænkning af en tvivl over for noget (Dewey, 2009 s. 22). Number Talk muliggør, at eleven først selv gør sig erfaringer med opgaven og individuelt bearbejder deres tvivl. Ifølge Dewey vil man opleve elever, der til tider ukritisk forfølger deres første løsningsforslag, hvilket kan hæmme den faglige udvikling. Det er derfor vigtigt som lærer at insistere på processen, så læring opstår (Dewey, 2009 s. 23). Med afsæt heri har vi bevidst valgt at inddrage Number Talk flere gange i vores undervisning. Ydermere understreger Dewey vigtigheden af et mangfoldigt klasserum, hvor mange løsninger er at foretrække (Dewey, 2005, s. 191). Den mundtlige vidensdeling i Number Talk bidrager til, at eleverne præsenteres for mange strategier, som de på sigt kan forholde sig adaptivt til.

Læringsbarrierer og den didaktiske kontrakt

Med blik for hvilke læringsmæssige elementer vores undervisning understøtter, er vi med Illeris' begrebsapparat opmærksomme på, hvilke læringsbarrierer der kan være på spil, som hindrer den tilsigtede læring. På baggrund af vores interview med læreren Bent er vi bevidste omkring, at vores undervisning adskiller sig fra det, klassen er vant til. Med Illeris' teori ser vi, at der i disse rammer kan opstå modstand mod læring. Læringsmodstand knytter sig til undervisningens samspilsdimension og er dermed situeret (Illeris, 2019, s. 18). Da vi afprøvede undervisningen, observerede vi enkelte elever, der fandt det unødvendigt at bruge centicubes og tegning til at understøtte deres forståelse. En elev udtrykte, at han sagtens kunne løse opgaverne i hovedet. Med Illeris' teori indikerer denne udtalelse en aktiv modstand mod undervisningen, da formen udfordrer elevens forståelse af, hvad han forstår ved matematikundervisning og den måde, han er vant til at løse opgaver.

Guy Brousseau introducerede i 1980 begrebet *didaktisk kontrakt*, der beskriver de gensidige opfattelser og forventninger, lærere og elever finder karakteristisk for matematikundervisning (Brousseau, 1984, s. 111-112). Med vores fokus på regnestrategier bryder vi med klassens didaktiske kontrakt, hvorfor der kan opstå en læringsbarriere. Morten Blomhøj fremhæver seks træk, der er karakteristiske for den didaktiske kontrakt i den traditionelle matematikundervisning. Et træk er, "at en opgave er løst, når dens enkelte spørgsmål er besvaret" (Blomhøj, 1995, s. 17). Dette kontraktpunkt udfordrer vi, da vi primært er interesserede i, <u>hvordan</u> de løser opgaver, og ikke <u>om</u> de kan løse opgaverne. Eleverne opfordres til at dvæle ved deres strategi og uddybe, hvorfor de valgte netop denne. Ifølge Blomhøjs udlægning af den didaktiske kontrakt ønsker elever blot at opfylde lærerens krav, og derfor vurderer vi, at det kan være svært for eleverne at forholde sig til, at undervisnings-formen ændres (Blomhøj, 1995, s. 18). Det tager tid at ændre en didaktisk kontrakt, hvorfor vi ikke på 45 minutter kan ændre elevernes matematiske tankegang.

I vores undervisning var rammerne ikke til stede for at hjælpe de enkelte elever videre fra deres modstand mod læring. Vi var kun kort til stede i klassen, og kendte ikke eleverne godt nok til at identificere, samt imødekomme evt. læringsbarriere på stedet. Hvis vi fortsat skulle arbejde med klassen, kunne et opmærksomhedspunkt for os være, hvordan vi kunne arbejde med modstanden mod konkrete og visuelle repræsentationer. Set med Brousseaus begreb tager ændringer i klasserummet tid,

derfor vurderer vi, at en konsekvent og relevant inddragelse af konkrete og visuelle repræsentationer ville være med til at formindske læringsmodstanden.
På trods af mulige læringsbarrierer oplevede vi en elevgruppe, der på baggrund af vores undervisning udviste tegn på at udvikle flere regnestrategier og derigennem blive fleksible og på sigt adaptive. Dette er dog blot et øjebliksbillede og ikke en garanti for, at eleverne i fremtiden benytter samme regnestrategier.

Når vi undersøger, hvordan man i udskolingen kan arbejde med regnestrategier indenfor procent for at støtte elevernes udvikling af fleksibilitet og adaptivitet, bliver vi opmærksomme på flere ting. Først og fremmest kan vi se vigtigheden af, at de grundlæggende rammer for læring er til stede, så eleverne kan udvikle sig fagligt. Dernæst kan vi på baggrund af vores afprøvede undervisning pege på en positiv effekt ved brugen af CPA-strukturen. Selvom vi brød med klassens didaktiske kontrakt, oplevede vi, at vores udprægede fokus på regnestrategier havde en indvirkning på elevernes fleksibilitet.

Diskussion

I det kommende afsnit vil vi reflektere over vores empiri og teori for at synliggøre projektets begrænsninger. Dernæst vil vi diskutere argumenter for og imod brugen af standardalgoritmer.

Kritisk refleksion over empiri og teori

Formålet med vores procenttest er at kortlægge elevernes regnestrategier i procentregning og derudfra undersøge, om eleverne er fleksible og adaptive. På den ene side giver testen os adgang til viden om elevernes valg af regnestrategier i den specifikke situation. På den anden side giver testen ikke nødvendigvis et retmæssigt billede af elevernes niveau i procentregning. Rammerne omkring testen er anderledes end det, eleverne er vant til, og dette kan have påvirket elevernes svar. Ligesom vi i undervisningen brød med klassens vante rammer, gør vi det også i testen. Eleverne har ikke tidligere mødt os, hvorfor de ikke nødvendigvis føler sig trygge ved os. Vi er desuden interesserede i, hvordan eleverne løser opgaverne, og ikke hvilket svar de får. Begge disse faktorer kan have påvirket elevernes testsvar. Når vi anskuer vores testresultater i et større perspektiv, kan vi ikke konkludere noget generelt om elevers valg af regnestrategier i matematik. Vi får adgang til 10 elevers tankegang i en opstillet testsituation, og kan kun antyde særlige karakteristika hos denne konkrete elevgruppe. Ved sammenligning med Joelsdóttirs testresultater får vi dog en mere indgående forståelse af elevernes matematiske tankegang, da vi i vores test også har en mundtlig opsamling.

Intentionen med vores lærerinterviews er at få adgang til lærernes syn på regnestrategier og undervisning i procent, for at undersøge om deres overbevisning om matematikundervisning har indflydelse på elevernes strategirigdom. Interviewene giver os mulighed for at anskue vores problemformulering med perspektiver fra to praktikere med flere års erfaring. De giver os adgang til deres erfaringer og holdninger til vores emne. Gennem vores forskningsspørgsmål er vi med til at styre lærerens bevidsthed i en særlig retning, hvilket kan være en begrænsende faktor for de erfaringer, vi får adgang til. Vi får dermed kun indsigt i et udsnit af lærerens livsverden. I projektet bidrager interviewene med et modspil til litteraturen fra forskningsverdenen, og giver et praksisnært perspektiv. Da vi ikke observerer lærerens undervisning, har vi ikke mulighed for at vurdere, hvorvidt deres udtalelser er i overensstemmelse med deres undervisning. Derfor kan vi ikke entydigt sige, om lærernes undervisning har indflydelse på elevernes strategirigdom.

På baggrund af testen i procent har vi, som tidligere beskrevet, valgt at undervise i opgavetypen *Hvor stor procentdel udgør del af helhed?* Formålet med undervisningen er at undersøge, hvordan man kan udvide elevers strategirigdom gennem arbejde med konkrete materialer og tegning. I undervisningen ser vi tegn på, at eleverne handler mere fleksibelt i deres opgaveregning end i testen. At eleverne kunne løse opgaverne i den konkrete situation betyder ikke, at de nødvendigvis kan løse opgaverne i en fremtidig testsituation. Læring tager tid. Set ud fra Deweys erfaringslæring kræver læring, at eleverne gør sine egne erfaringer med materialet, og har tid til at reflektere over denne erfaring. Derudover er alt vores empiri indsamlet på samme skole i Aarhus Kommune, hvilket begrænser dets nuancer.

Med udgangspunkt i vores valgte teori er vi opmærksomme på, at projektet har en positiv vinkling af regnestrategier. Både Joelsdóttirs Ph.d-projekt og Ostads teori understreger vigtigheden af, at elever i folkeskolen udvikler strategirigdom, som kan lede til talforståelse. Med vores valgte teori får vi ikke adgang til at belyse eventuelle fordele ved brugen af standardalgoritmer til opgaveløsning. Gennem vores analyse af elevbesvarelserne og interviewene er vi blevet opmærksomme på, at lærernes holdning til standardalgoritmer adskiller sig fra vores anvendte teori, hvorfor vi finder det relevant at synliggøre dette perspektiv.

Regnestrategier eller standardalgoritmer?

Vi vil i dette afsnit diskutere brugen af standardalgoritmer, samt hvorvidt strategirigdom overhovedet er efterstræbelsesværdigt. Vi vil, med afsæt i argumenter for og imod, udfordre projektets vinkling af, at strategirigdom hos elever er idealet. I afsnittet vil der først være en overordnet diskussion om brugen af algoritmer og regnestrategier generelt i matematik, og dernæst vil vi rette diskussionen mod anvendelsen af standardalgoritmer i undervisning i procentregning.

Matematik Læseplans fokus på regnestrategier er med til at gøre op med et gammelt samfundsmæssigt behov for, at elever var hurtige regnemaskiner. Indtil cirka 1995, hvor lommeregneren blev tilgængelig for alle, var det nødvendigt med en sikker og hurtig algoritme til at løse regnestykker. Her blev den lodrette opstilling præsenteret på trods af, at eleverne ikke ville opnå forståelse for matematikken bag (Christensen, 2019). Selvom der allerede tilbage i 1976 stod i undervisningsvejledningen, at denne algoritme ikke bør opretholdes i fremtiden, fylder algoritmetænkningen stadig meget i dag (Christensen, 2019). Lærer og matematikvejleder Marie Grove Christensen argumenterer i sit blogindlæg "Derfor skal vi af med standardalgoritmerne!" for, at den danske folkeskole svigter eleverne, hvis de ikke får en stærk talforståelse (Christensen, 2019). Hun mener ikke, at den lodrette opstilling bidrager til elevernes talforståelse, da de ikke behøver at forstå tallene. Christensen undrer sig over, om lærere er tilhængere af standardalgoritmer, da det på papiret kan ligne, at eleverne er dygtige til matematik. Forskning fra National Research Council understreger Christensens pointe og tydeliggør, at elever med talforståelse udvikler bedre matematiske færdigheder (Kilpatrick m.fl., 2001, s. 1-3). Nogle forskere mener derfor at kunne udlede, at der er evidens for, at talforståelse er grundlaget for at kunne udvikle færdigheder (Kaas, 2022c).

Et modsatrettet argument finder vi bl.a. i Thomas Kaas' artikel "Hvad er formålet med at regne med flercifrede tal?", hvor han præsenterer, at styrken ved standardalgoritmer er, at man kan løsrive problemer fra deres kontekst og løse dem uden dybere forståelse (Kaas, 2022b). Fra analysen af interviewene med Anne og Bent udleder vi, at begge synes, at eleverne skal dygtiggøre sig indenfor én strategi. Deres argumenter for dette er bl.a., at eleverne i en testsituation skal have en strategi, som de ved virker hver gang. Flere matematikdidaktiktere, herunder James Hiebert og Patricia LeFevre, beskriver denne tankegang med begrebet *procedural knowledge.* Procedural knowledge, herefter kaldet proceduremæssig viden, defineres som den viden man har om hvilke handlinger, der skal udføres som de næste i en matematisk løsningsproces (Hiebert & LeFevre, 1986, s. 6). Det er derfor ifølge deres definition en nødvendighed at besidde proceduremæssig viden for at kunne løse matematikopgaver. Denne tankegang er tidligere blevet koblet sammen med standardalgoritmer (Pedersen, 2021, s. 42), hvor eleven følger en række procedurer, og ikke forholder sig til tallenes egenskaber. Modsat den proceduremæssige viden præsenterer Hiebert og LeFevre også begrebet *conceptual knowledge,* herefter kaldet konceptuel viden. Begrebet henviser til en grundlæggende forståelse for et matematisk emne, samt erkendelsen af, hvordan emnet knytter sig til andre matematiske emner (Hiebert & LeFevre, 1986, s. 3-4). Med Kaas' begrebsapparat knytter vi den konceptuelle viden til elevens talforståelse. Desuden fremhæver flere matematikdidaktikere at konceptuel og proceduremæssig viden har et tovejs forhold til hinanden. Dette forhold medfører bl.a., at proceduremæssig viden kan føre til en forbedring af elevens konceptuelle viden (Pedersen, 2021, s. 44). Med denne viden kan man argumentere for, at undervisning i standardalgoritmer, og de procedurer der hører hertil, kan medføre en dybere forståelse for det matematiske emne.

Set i lyset af ovenstående er der både argumenter for og imod brugen af standardalgoritmer i folkeskolen. Der er altså ikke bred enighed om, hvorvidt strategirigdom er efterstræbelsesværdigt. I vores interviews med Anne og Bent oplevede vi to lærere, der på baggrund af deres erfaring opfordrer deres elever til at vælge én sikker strategi. Deres argument var bl.a., at de til daglig står overfor elever, der efterspørger mindre forvirring, når de skal løse matematikopgaver. Ifølge Anne og Bent har deres elever brug for en proceduremæssig viden, som kan hjælpe dem igennem færdighedsregning. Ifølge forskning fra National Research Council er algoritmer isoleret set ikke dårlige, men de kan ikke stå alene. De må hænge sammen med en grundlæggende forståelse for de matematiske operationer (Kilpatrick m.fl., 2001, s. 1-3). Det skal med andre ord være eleverne, der styrer regnestrategien og ikke regnestrategien, der styrer eleverne (Christensen, 2023). Som praktikere skal Anne og Bent planlægge og gennemføre velfungerende matematikundervisning på daglig basis. Vores projekt og andre forskningsprojekter undersøger et udsnit af virkeligheden, og formulerer på baggrund heraf et ideal. I interviewene nævner lærerne både de tidsmæssige rammer og den afsluttende afgangsprøve, som værende væsentlige faktorer for, hvorfor de ikke sigter efter strategirigdom hos den enkelte elev. Hiim og Hippes didaktiske relationsmodel synliggør ligeledes, hvordan det faglige indhold ikke alene styrer undervisningsplanlægningen (Hiim & Hippe, 2007, s. 93). Der er mange faktorer, der må tilpasses virkeligheden, hvorfor forskningsmæssige idealer kan være svære at indføre.

Både lærernes holdning og standardalgoritmer bliver udfordret, når emnet er procentregning. Som tidligere nævnt optræder procent på mange forskellige måder i Folkeskolens Prøver i matematik uden hjælpemidler, fx: *Find procentdel af en helhed*, *Hvor mange procent udgør del af helhed?*, *Aflæs procentdel, Træk procentdel fra helhed*, *Del udgør en procentdel - hvad er helhed?* og *Hvor mange procent flere?* Da procentregning optræder så forskelligt, kan eleverne ikke vælge én standardalgortime, som virker hver gang. Brugen af standardalgoritmer i procent forudsætter derfor, at eleverne kan huske <u>alle</u> regneregler, som passer til de forskellige opgavetyper. På baggrund af dette og vores teoretiske grundlag vurderer vi, at eleverne har brug for strategirigdom og grundlæggende talforståelse i stedet for at lægge sig fast på én strategi, når emnet er procentregning. Dog kan vi med Hiebert og LeFevres begreber proceduremæssig og konceptuel viden argumentere for, at dygtiggørelse i standardalgoritmer kan medvirke til forståelsen af det matematiske emne. Når man lærer om procedurer i procentregning, fx algoritmen til at finde 1%, understøtter det også den konceptuelle viden om procentbegrebet, fx at procent betyder 'ud af hundrede', og at størrelsen 100% kan variere. Der er derfor ikke enighed om, at strategirigdom er idealet og efterstræbelsesværdigt i folkeskolen.

Konklusion

Dette lærerfaglige bachelorprojekt har til formål at undersøge, hvilken indflydelse lærerens overbevisning om matematikundervisning på har elevernes strategirigdom, samt hvordan man kan arbejde med regnestrategier indenfor procent i udskolingen for at støtte elevernes udvikling af fleksibilitet og adaptivitet.

Vores projekt viser, at den undersøgte elevgruppe behersker deres foretrukne regnestrategier med høj nøjagtighed i de fire regnearter. I additions- og multiplikationsopgaverne udviser eleverne delvis fleksibilitet, da de viser, at de kan regne opgaverne på mere end én måde. Dette gør sig ikke gældende inden for subtraktion og division, hvor eleverne kun har én løsningsstrategi. Med afsæt i testmaterialet bliver vi opmærksomme på, at eleverne primært anvender standardalgoritmer. Deres overvejende brug af standardalgoritmer viser ingen adaptivitet, og kan være begrænsende for eleverne, når de møder nye problemer. Dette bliver tydeligt, når vi undersøger elevernes regnestrategier i procent. Her udviser eleverne ingen tegn på fleksibilitet, da de forsøger at anvende samme standardalgoritme i forskellige opgavetyper. Dog synliggør testen også enkelte elever, der bruger deres talforståelse og udviser en adaptiv tilgang i procentopgaverne. Noget tyder på, at disse elever forholder sig til tallenes egenskaber, da de ikke kan huske regnereglerne til de pågældende opgavetyper. Begge tilgange resulterer dog i en stor andel fejlsvar sammenlignet med testen i de fire regnearter. Vores test i de fire regnearter viser, at 95% af eleverne svarer rigtigt i rene aritmetikopgaver. Når de møder opgaver i procent, hvor de ikke kan huske standardalgoritmen, falder korrekthedsprocenten helt ned til 45%. Vi kan dermed konkludere, at eleverne regner korrekt, når opgaverne passer direkte til deres algoritme, men er udfordrede, når de bevæger sig over i procentopgaver.
Når vi sammenholder lærerens overbevisninger om matematikundervisning med elevernes test-besvarelser, ser vi en sammenhæng. Vi kan på baggrund af vores empiri konkludere, at lærerens overbevisninger og prioriteringer af, at eleverne skal vælge én strategi, afspejles i testresultaterne. Eleverne agerer rutinemæssigt, hvilket er i overensstemmelse med lærernes overbevisning om matematikundervisning.

For at støtte elevernes udvikling af fleksibilitet og adaptivitet i procentregning i udskolingen, kan vi på baggrund af vores undersøgelse konkludere, at brugen af Bruners CPA-struktur kan bidrage hertil. Med afsæt i vores analyse kan vi identificere flere tegn, der indikerer, at elevernes forståelse af procentbegrebet understøttes gennem brugen af konkrete materialer og visuelle repræsentationer, hvor eleverne gør sig erfaringer med stoffet. Undervisningen synliggjorde ligeledes, hvordan Number Talk kan fremhæve elevernes regnestrategier og talforståelse gennem kommunikation. Vi kan derudover konkludere, at man skal være opmærksom på de læringsbarrierer, der kan opstå, når man bryder med klassens didaktiske kontrakt. På trods af mulige læringsbarrierer oplevede vi en elevgruppe, der viste tegn på at udvikle regnestrategier og på sigt blive adaptive.

På baggrund af vores diskussion kan vi konkludere, at brugen af standardalgoritmer kan anskues fra flere perspektiver. Ved at give eleverne en proceduremæssig viden, får de en nøjagtig algoritme, der er værdifuld i færdighedsregning. Ligeledes kan vi fremhæve, at den proceduremæssige viden gennem dygtiggørelse i standardalgoritmer kan give en dybere forståelse for matematikken. Dog kan vi med vores empiri konkludere, at det er en hindring, når elever udelukkende bruger standardalgoritmer i procentopgaver. Sammenholdt med lærernes erfaringer bliver det synligt for os, at forskningsmæssige idealer kan være svære at etablere i den daglige undervisning. Vi er opmærksomme på, at der er mange faktorer, der må tilpasses, således undervisning fungerer, hvorfor idealer og virkelighed ikke altid er forenelige.

Perspektivering

I vores projekt har vi undersøgt elevers valg af regnestrategier i opgaveløsning med de fire regnearter og procent, og ligeledes interviewet deres matematiklærere herom. På baggrund af testresultaterne og interviewene er vi blevet opmærksomme på et didaktisk paradoks: Skal vi undervise eleverne, så de tilegner sig viden, eller så de svarer rigtigt i testsituationer? Og udelukker det ene nødvendigvis det andet? Som skrevet i diskussionen undrer Christensen sig over, om lærere fordrer en algoritme-tænkning, så det på papiret kan se ud som, at eleverne er dygtige til matematik (Christensen, 2019). Denne tankegang kan vi delvis følge, men vi er af den overbevisning, at alle lærere ønsker det bedste for sine elever og deres fremtid. I vores uddannelsessystem bygger vejen videre frem ofte på gode testresultater. Vi undrer os over, om det er en hæmsko for eleverne, hvis de kun kan svare rigtigt med standardalgoritmer, når de kommer længere i uddannelsessystemet.

Som kommende lærere i den danske folkeskole må vi forholde os refleksivt til dette paradoks. Flere forskningsresultater fremhæver undervisning i regnestrategier som værende det ideelle for at opnå talforståelse. Praktikere fra folkeskolen synliggør, hvordan realiteten kan være en barriere for idealet. Vi træder snart ind i et skolesystem i konstant udvikling, hvor vi hele tiden må tilpasse vores didaktiske valg til konteksten. På baggrund af vores projekt vægter vi stadig elevernes talforståelse og udvikling af strategirigdom højt, men vi er blevet opmærksomme på, at virkelighed og idealer ikke altid er forenelige.

Litteraturliste

Bak, C. K. (2017). Kvalitative interviews som metode i pædagog- og læreruddannelsen. I: T. T. Engsig (red.), *Empiriske undersøgelser og metodiske greb : grundbog til de pædagogiske professionsuddannelser* (s. 47-72). Hans Reitzel.

Beck, S., Kaspersen, P. & Paulsen, M. (2014). *Klassisk og moderne læringsteori*. Hans Reitzel.

Blomhøj, M. (1995). Den didaktiske kontrakt i matematikundervisning. *Kognition og pædagogik,* 4(3), s. 16-25.

Boaler, J. (2022). *Mathematical mindsets : unleashing students' potential through creative mathematics, inspiring messages and innovative teaching* (2. udg.). Jossey-Bass, a Wiley Brand.

Brousseau, G. (1984). The crucial role of the didactical contract in analysis and construction of situations in the teaching and learning mathematics. I: H.G. Steiner m.fl.. *Theory of Mathematics Education (TME) : ICME 5 - Topic area and miniconference.* (s. 110-119). Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.

Bull, A. R. & Blankholm, T. (2023). *Vidensbaseret matematikundervisning : bind 3*. Matematik.

Brinkmann, S., & Tanggaard, L. (2022). *Kvalitative metoder : en grundbog* (3. udgave). Hans Reitzel.

Bruner, J. S. (1964). *The course of cognitive growth*. American Psychologist, 19(1), s. 1-15.

Børne- og Undervisningsministeriet (2019). *Matematik Læseplan*. EMU. https://emu.dk/sites/default/files/2020-09/GSK_L%C3%A6seplan_Matematik.pdf

Christensen, M. G. (2019, 1. marts). *Derfor skal vi af med standardalgoritmerne!*. Folkeskolen.dk. https://blog.folkeskolen.dk/blog-maria-grove-christensen-matematik/derfor-skal-vi-af-med-standardalgoritmerne/284231

Christensen, M. G. (2023, 4. januar). *Sæt fokus på regnestrategier, og lær eleverne at tænke fleksibelt.* Emu.dk. https://emu.dk/grundskole/matematik/fagets-didaktik/saet-fokus-paa-regnestrategier-og-laer-eleverne-taenke

Databeskyttelsesloven (2018, 23. maj). Lovbekendtgørelse nr. 502.

Dewey, J. (2005). *Demokrati og uddannelse*. Klim.

Dewey, J. (2009). *Hvordan vi tænker : en reformulering af forholdet mellem refleksiv tænkning og uddannelsesprocessen.* Klim.

Ernest, P. (1989). The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: A Model. *Journal of Education for Teaching*, 15 (1), s. 13-33.

Hafiziani, P. (2015). The influence of concrete pictorial abstract (CPA) approach to the mathematical representation ability achievement of the preservice teachers at elementary school. *International Journal of Education and Research* 3(6), s. 113-126.

Hatano, G. (2003). Foreword. I: A.J. Baroody & A. Dowker (red.), The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adapting expertise (s. xi-xiii). Lawrence Erlbaum Associates.

Hatano, G., & Oura, Y. (2003). Commentary Reconceptualizeing School Learning using Insight From Expertise Research. *Educational Researcher*, 32(8), s. 26-29.

Hiebert, J. E., & LeFevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In J. Hiebert (red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1–27). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Hiim, H., & Hippe, E. (2007). *Læring gennem oplevelse, forståelse og handling : En studiebog i didaktik* (2.udg.). Gyldendal.

Illeris, K. (2009). Competence, learning and education : How can competences be learned, and how can they be developed in formal education? I: K: Illeris (red.) *International perspectives on competence development : developing skills and capabilities* (s. 83-98). Routledge.

Illeris, K. (2019). Læringsteoriens elementer : Hvordan hænger det hele sammen? I: K. Illeris (red), *15 aktuelle læringsteorier* (s. 9-33). Samfundslitteratur.

Jóelsdóttir, L. B. (2023). *Essays on Adaptivity and Flexibility in Multidigit Arithmetic*. [Ph.d-afhandling]. Aarhus Universitet. https://pure.au.dk/ws/portalfiles/portal/316116636/Joelsdottir_2023_Essays_on_Adaptivity_and_Flexibility_in_Multidigit_Arithmetic.pdf

Jørgensen, H. H. (2022). *Fænomenologi.* Læremiddel.dk (2. udgave). www.laeremiddel.dk/viden-og-vaerktoejer/videnskabsteori/videnskabsteoretiske-retninger/faenomenologi/

Kaas, T. (2022a, 15. august). *Talforståelse*. EMU.dk. https://emu.dk/grundskole/matematik/regnestrategier-og-talforstaaelse/talforstaaelse

Kaas, T. (2022b). *Hvad er formålet med at regne med flercifrede tal?* Matematikdidaktik.dk. https://matematikdidaktik.dk/tema/at-regne-med-flercifrede-tal/hvad-er-formaalet

Kaas, T. (2022c). *Hvad siger forskningen?* Matematikdidaktik.dk. https://matematikdidaktik.dk/tema/at-regne-med-flercifrede-tal/forskningsviden

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (red.) (2001). *Adding it up. Helping children learning mathematics*. National Research Council. National Academy Press.

Ostad, S. (2013). Strategier, strategiudvikling og strategiundervisning med fokus på den basale matematiklæring. I: P. Weng & M. Wahl Andersen (red). *Håndbog om matematik i grundskolen : læring, undervisning og vejledning* (s. 103-113). Dansk Psykologisk Forlag.

Pedersen, P. L. (2021). *Learning and understanding the complexity of fractions*. Aalborg Universitetsforlag. Ph.d.-serien. Det Humanistiske Fakultet, Aalborg Universitet https://vbn.aau.dk/da/publications/l%C3%A6ring-og-forst%C3%A5else-af-komplekse-br%C3%B8kbegreb

Ravn, K. (2016, 13. September). *Ny forskning: 'teaching to the test' udbredt i Danmark.* Folkeskolen.dk. https://www.folkeskolen.dk/evaluering-forskning-nationale-test/ny-forskning-teaching-to-the-test-udbredt-i-danmark/450724https://www.folkeskolen.dk/evaluering-forskning-nationale-test/ny-forskning-teaching-to-the-test-udbredt-i-danmark/450724

Skott, J. (2004). The forced autonomy of mathematics teachers. Educational Studies in Mathematics, 55(1-3), s. 227-257.

Sunde, P. B. (2019). *Strategies in Single-Digit Addition : Patterns and Perspectives*. [Ph.d-afhandling] Aarhus Universitet. https://doi.org/10.7146/aul.349

Sunde, P. B. (2022). Adaptivitet og fleksibilitet: Regnestrategier i de yngste klasser. *MONA - Matematik- og Naturfagsdidaktik*, (2), s. 7-23.https://tidsskrift.dk/mona/article/view/132755

Sunde, P. B., Jóelsdóttir, L. B., & Pedersen, P. L. (2020). Blokmodellen: en overset repræsentation i dansk matematikundervisning? *MONA - Matematik- og Naturfagsdidaktik*, (2), 23-46. https://tidsskrift.dk/mona/article/download/120783/168284/251319

Undervisningsministeriet (2001). *Klare mål - matematik*. Undervisningsministeriet.

Witzel W. S. (2005). Using CRA to Teach Algebra to Students with Math Difficulties in Inclusive Settings. *A Contemporary Journal* 3(2), s. 49–60.

Østergaard, C. (2017). Observation i pædagogiske kontekster. I: T. T. Engsig (red.), *Empiriske undersøgelser og metodiske greb : grundbog til de pædagogiske professionsuddannelser* (s. 27-45). Hans Reitzel.

Bilag

Bilag 1 - Interviewguide

Opstart
Introduktion: Interviewet omhandler dine erfaringer med undervisning i regnestrategier. Vi er optaget af de opgaver, som eleverne kan løse uden hjælpemidler. Dine elever har gennemgået en test, hvor de har skulle vise forskellige strategier til at løse opgaver inden for de fire regnearter og procent. Vi er især interesserede i at høre dine tanker om undervisning i procent. **Anonymitet**: Dit navn vil blive anonymiseret i projektet. **Optagelse**: Interviewet vil blive lydoptaget og transskriberet. Hvis du ønsker det, kan vi fremsende transskriptionen til gennemlæsning. **Tid**: Interviewet vil vare omkring 45 minutter. **Organisering:** Jeg (Sofie) stiller spørgsmålene i interviewet, og Emma holder styr på tiden, og stiller evt. opklarende spørgsmål, hvis det er nødvendigt.

Forskningsspørgsmål/område	**Interviewspørgsmål**
Præsentation af dem	• Hvad er dit navn og på hvilke klassetrin underviser du i matematik?
God undervisning Hvad karakteriserer god matematikundervisning?	• Hvad synes du karakteriserer god matematikundervisning? • Beskriv en god undervisning i emnet procent - Det kan både være opstarten på emnet, løbende eller opsamling. • Kan du fremhæve de tre vigtigste ting?
Regnestrategier Hvad er dit syn på undervisning i regnestrategier i matematikundervisning og hvor vigtig er elevers strategirigdom?	• Synes du det er vigtigt at undervise eksplicit i regnestrategier? • Hvorfor / Hvorfor ikke? • I læseplanen står der "*Det er centralt, at læreren udfordrer og støtter de enkelte elever på en måde, så eleverne udvikler deres regnestrategier på baggrund af deres talforståelse frem for at lære procedurer for opstilling og udregning. Der sigtes ikke mod opøvelsen af standardiserede algoritmer"* hvad tænker du om det? • Synes du overhovedet det er muligt at undervise i regnestrategier? • Synes du, at strategirigdom idealet? • Er det kun de dygtige elever, der kan opnå strategirigdom? • Oplever du at regnestrategier bidrager til flere rigtige svar? • I hvilke emner arbejder du med regnestrategier? • Er der forskel på, hvordan du tænker det i de fire

	regnearter og i andre emner, som eks. procent? ● Oplever du, at der er forskel på, hvor mange regnestrategier eleverne har i henholdsvis de fire regnearter og procent? ● Hvorfor tror du det er sådan / hvorfor tror du ikke at det er sådan?
Talforståelse Er der forskel på dine elevers talforståelse i de fire regnearter og procentbegrebet?	● Oplever du, at dine elever forstår de fire regnearter? ● Hvordan tjekker du, om de har forstået det? ● Oplever du, at dine elever forstår procent? ● Hvordan tjekker du om eleverne har forstået procent?
Overbevisning Hvad er din overbevisning om matematikundervisning?	● Nu vil jeg læse nogle udsagn op, og så vil jeg gerne høre, hvad du tænker om dem: ○ "Målet med at lære matematik er at svare rigtigt" ○ "Matematik er et redskab vi bruger til at løse problemer" ○ "Eleverne skal lære én metode, der virker" ○ "Matematik er en medfødt evne" ○ "Man mestrer matematik, når man kan huske regneregler" ○ "Målet med matematik er at opnå forståelse for hvad man gør" ○ "Alle har mulighed for at mestre matematik" ○ "Alle elever lærer matematik på samme måde"
Opsamling	● Nu er vi nået til slutningen af interviewet, har du noget, du vil tilføje eller uddybe, som du ikke synes du har fået sagt?

Bilag 2 - Transskriberet interview af Anne

https://docs.google.com/document/d/1m-eBUz7CicrUs5JOZ3PMSiiDqLr60n0K6mE3aZhNJbI/edit?usp=sharing

Anvendte citater i sammenhæng:

18:49	I: Og så vil jeg bare gerne høre hvad du tænker om dem … okay … målet med at lære matematik er at svare rigtigt
19.02	L: … øv …øh … ja … ja øv får jeg lyst til at sige øh … det er det jo også øh tror jeg de oplever, i øh færdighedsdelen, altså matematik uden hjælpemidler, der er man interesseret i et resultat og der er et resultat der er rigtigt … mhh jeg tror bare ikke det er den matematik de kommer til at, på den måde at skulle bruge, eller jo selvfølgelig har man brug for nogle matematiske færdigheder men hvis man vil videre med sin matematik … øh enten **på ungdomsuddannelse og videre igen så er man også kunne nødt til at kunne problembehandle** jeg tror egentlig at, matematikken bliver lidt mere komplekst eller problemløsende at der hvor, altså det der hvor jeg ser os, at vi skal hen det er det der er brug for som jeg så hvis man sådan lige hæver det op til et samfundsperspektiv så jeg tænker øv at det er det de tænker … øh men det er rigtigt vi præsenterer dem jo ikke jeg præsenterer dem ikke for ret mange opgaver hvor der findes syvogtyve rigtige løsninger så det øh så den pilen peger jo også ind mod en selv, at det er jo tit man løser en opgave hvor der er en løsning ikke øh

01:22	I: Ja, øh … hvis du sådan skulle beskrive det med dine egne ord hvad synes du så karakteriserer god matematikundervisning
01:33	L: (tænkepause) Jeg tror matematikundervisningen for mig er øh det der med at folde, en verden ud for dem at tal og strategier og metoder, øh og når det går godt, så øh sidder man en masse der tænker nå ah, øh … så jeg synes egentlig at en god matematikundervisning er ret favnende, øhm differentieret, når man møder dem i de ældste klasser er det nødvendigt, ehm men også gerne med sådan lidt en legende tilgang, øh og eksperimenterende de må godt selv have fingrene i noget og **de må også gerne opleve en gang imellem at komme lidt galt afsted øh fordi de erfaringer kan vi bruge til noget øh** … så det er en god undervisning for mig også hvor de stiller undrende spørgsmål øh bryder ind når der er noget der ikke giver mening, øh men også tør kaste sig ud i det, så jeg synes jo faktisk det er noget af det vigtigste man skal i matematik det er at udfolde et sådan trygt og godt læringsrum hvor de tør kaste sig ud i det fordi de kommer til at komme på et glat is en gang imellem

09:15	I: Ja, ja for det er jo stadig det du talte om lige før er jo øh … ligesom en udfoldelse af forskellige metoder men at de, også vælger én som lidt er, deres
09:29	L: Ja og jeg er egentlig altså så længe den virker så længe jeg kan se når jeg, vi måske øver nogle opgaver at de kan nå i mål … så øh så er det fint for mig og der er nogen der har nogle helt vilde metoder til at nå i mål hvor man tænker det, det øh jeg har svært ved at nærmest forstå selv at forstå logikken i det men jeg kan se de når i mål med den strategi så synes jeg jo at man skal gå med den, for mig er det ikke så vigtigt også fordi de de især i hvis vi snakker opgaver uden hjælpemidler der er man jo interesseret i et resultat … så hvordan de når til resultatet er lidt ligeglade med så længe at de har ligesom kan sige nå men når så gør jeg bare sådan her og så får jeg altid det og der er også nogle der er enormt gode til at … altså som tænker ret abstrakt i hovedet og kan nå frem til det og lige præcis når det er den type opgaver det handler om, så øh så synes jeg man skal gå med det, men **der er helt klart noget i at jeg og som modstrider i og siger at de skal vælge en metode og <u>blive</u> i den metode fordi så er man jo også med til at standardisere den metode øh** … så det strider selvfølgelig en lille smule imod jeg tror for mig det der med, øh jeg har arbejdet en del jo også udenfor her men med elever i matematikvanskeligheder og der kan jeg bare se det der med at <u>ikke</u> have valgt en metode, så så i lige så snart man presser dem bare lidt man skal ikke trykke dem ret meget på maven før at så blander de alle mulige metoder sammen, øh så jeg tror på det der med at vælge noget og dygtiggøre sig i det for man kan jo ikke blive dygtig i alle syvogtyve metoder vi kunne finde på en klasse man er jo nødt til at gå med et eller andet der føles rigtigt for en og så vil jeg gerne hjælpe og støtte op omkring det, øh … men jeg kan ikke nå at præsentere og støtte op omkring alle syvogtyve metoder så man er ligesom nødt til at gå med noget og så kan det jo godt være man er nødt til at justere undervejs og gå med noget andet, fordi det så alligevel ikke virkede men det tænker jeg der er rigtig god læring i

Bilag 3 - Transskriberet interview af Bent

https://docs.google.com/document/d/1paYJcnwX6AcniDb20nXSkk9ZmuV-Dxl4AUkNrc7yMkc/edit?usp=sharing

Anvendte citater i sammenhæng:

13:43	I: Ja, ja, øh, vi har faktisk i læseplanen i matematik står der det her citat jeg læser det også lige op, det er centralt at læreren udfordrer og støtter de enkelte elever på en måde så eleverne udvikler deres regnestrategier på baggrund af deres talforståelse frem for at lære procedurer for opstilling og udregning, der sigtes ikke mod opøvelsen af standardiserede algoritmer, så hvad tænker du om det
14:11	L: Jeg tænker at, at det lyder rigtig rigtig fint, men men altså, (rømmer sig) de beder simpelthen også om at få at vide, at nu skal min forvirring slutte sig til mig hvordan jeg ganger to tocifrede tal med hinanden.
14:33	I: Det siger eleverne
14:36	L: Ja, nu er jeg blevet præsenteret for tre måder, og jeg ved ikke hvad for en jeg skal gribe og gøre i, altså så så så jeg kan godt huske da det her blev indført, og vi diskuterede det og så videre øhm, og det er også fint at at, at jeg kan rumme at der findes flere forskellige måder at at regne procent på, men de skal også vælge en og lægge sig fast på den øh og og jeg mener det er noget vrøvl at de skal udvikle dig selv, altså det synes jeg er noget frygteligt vås, de kan blive præsenteret for nogle forskellige der virker og så og så, og så skal de lægge sig fast på en, jeg har skiftet mening i løbet af årene men jeg mener virkelig intenst, at at at øh gangekassen som min mellemtrins kollega har valgt den kører vi med, altså så hvis nogen ikke ved hvad de skal, så tager jeg fat i gangekassen som mellemtrinslærerne de de kører med eller øh hvad hedder den slikkepinds ballon metoden der til til division, der kan mene alt muligt om det, det er lige meget, for det er den, de er blevet præsenteret for. Det er den, vi kører med, det er den, vi griber til hvis nogen er i tvivl om, hvilken metode der er den smarteste, og ikke den jeg selv havde, da jeg gik i skole, så jeg har måtte lære mig dem de nu kører med på mellemtrinnet her, fordi det giver en sikkerhed i det, og fordi at øh så meget fylder færdigheder bare ikke i vores matematikhverdag, øh så så, så det er jo ikke noget jeg bruger meget tid på i undervisningen det er noget de skal sidde med selv og øve og træne øh hjemme, kan man sige og **så kommer det til eksamen til sidst, og og og der skal de bare have en metode at gribe i,** som de skal finde ovre i deres kladdehæfte, fordi de bruger det nærmest ikke til hverdag der er det lommeregner og og sådan noget, lige præcis procent det skal man jo have en grundlæggende forståelse af, uanset hvilken algoritme man måtte bruge synes jeg, for ellers så bliver man jo snydt når man går på udsalg, altså Det er sådan en rigtig ting, som er rigtigt ude i verden, nu er der ti procent rabat, hvad er det så i i i runde tal, hvad er det egentlig en forståelse af, og det er hver gang jeg har en hundredekroneseddel, så er der ti kroner jeg kan beholde, eller i hvert fald nogle øh ting med, når der er gået to tocifrede tal med hinanden det er jo noget, som vi gør med lommeregner

32:31	O: Men, hvis lige vi vender tilbage til en procent, fordi noget af det eleverne har kigget på i dag det er jo, der er mange forskellige måder procent optræder, altså hvordan oplever du det, altså jeg tænker nogen, så skal man finde tolv procent af hundere, men lige pludselig skal man også finde ud af, hvor mange procent af det her ud af noget andet
32:51	L: Og lige pludselig har været en stigning på hundrede hundred og sytten procent og sådan noget
32:56	O: Ja, det optræder på rigtig mange måder i deres test
33:09	L: (Tænkepause) Jamen jeg jeg det, det ved jeg ikke, hvad jeg skal sige til andet end **jeg bliver ved med at holde fast i, at det betyder per hundrede, pro, cent, og latin og alt muligt, så det handler om, hvor mange bidder af hundrede** har du altså, og så er det det, du skal navigere i på en eller anden måde, men vi andre er jo også lidt forvirrede over, hvad betyder det, at der er en bilafgift på hundrede og firs procent, altså hvad hvad er der egentlig der ligger i det, hvor mange gange skal jeg så betale for bilen, er de hundrede procent er den første gang eller er det den anden gang jeg betaler for bilen, altså det, det er almindelige mennesker jo også forvirret over, så så, det som jeg oplever i forhold til procent, det er at jeg ikke har endnu har fundet en god måde at finde ud af, hvad det er, man skal dividere med, når man skal dividere med noget, fordi de ville de, de ved godt det er en brøk, men de kan ikke huske hvad for en der skal stå ovenover nedenunder, når vi regner med procent, altså at det er det forvirringen sådan går på, og derfor så holder jeg fast i kladdehæfte og slår en brøkstreg, og så siger du dividerer med noget op i noget, så gør jeg sådan her med hånden fordi jeg kan, jeg kan ikke altså der der løber jeg tør for metaforer eller eller metoder du dividerer op i noget ved brøker, altså så hvad er det, det skal deles op i de her bidder så skal det, oppe i og så så gør jeg sådan hele tiden, og det er simpelthen i ren desperation efter, efter andre måder, det er en brøkstreg og der bliver divideret op i, så jeg vil ikke have det mathsolver noget hvor det bliver fladt og en skråstreg og sådan noget fordi så går de mister de overblikket over hvad det er, der bliver divideret op i hvad hvad, men det synes jeg brøkstreger kan og de bøvlede laver i mathsolver men nemme at lave i hæftet, så du spurgte ikke om, men det havde jeg tænkt på jeg vil sige

Bilag 4 - Undervisningsplan

<table>
<tr><td>Opstart</td><td>2 min</td><td>Kort om os, hvorfor vi er her, hvad skal lave i dag. Vi er interesserede i, hvordan I regner og ikke hvad I er kommet frem til.
Hvorfor er procent vigtigt i vores hverdag?</td></tr>
<tr><td>C</td><td>10 min</td><td>Fælles:
- Procentdiagram på smartboard. 20 centicubes er 10%, hvor meget er 100. → Hvis vi skal fordele centicubes på de 10 felter, hvor mange på hver.

- 36 er 12%, hvor meget er 100%?

Makkerpar:
- Udprintet procentdiagram pr. makkerpar i A3 og en masse centicubes med spørgsmål
- 40 centicubes er 10%, hvad er 100%
- 48 centicubes er 12 %, hvad er 100%
- 15 centicubes er 5 %, hvad er 100 %
- 28 centicubes er 4%. hvad er 100%

Number Talk:
- Hvordan har I løst det?</td></tr>
<tr><td>P</td><td>10 min</td><td>Fælles:
- 48 centicubes er 12%, hvad er 100%
- → Nu skal vi se om vi kan tegne os frem til svaret. Først bruger vi procentdiagrammet.
- Tegn blokmodellen (Obs. på kobling, at blokmodel er procentdiagram presset sammen)

- 6 æbler svarer til 20% → lav nyt eksempel med både procentdiagram og blokmodel → lave fordobling eksempel

Makkerpar:
- Udprintet procentdiagram og blokmodeller
- 50 kr. er 40%, hvad er 100%
- 30 kr. er 25%, hvad er 100%
- Kaspers hund har fået hvalpe. 12 af dem er brune, det svarer til 60%. Resten er hvide. Hvor mange hvalpe er der i alt?
- Yasmin samler muslingeskaller. Hun tager selv 25 med hjem, det svarer til 20%, hvor mange har hun samlet i alt.

Number Talk:
- Hvordan har I løst det?</td></tr>
<tr><td>A</td><td>5 min</td><td>Fælles:
- Nu skal I løse lignede opgaver, men med tal og symboler. I må gerne støtte jer til både centicubes, blok modeller og procent diagrammet eller andre ting I synes hjælper.

- 25 kr. svarer til 5 %, hvad er 100 %?

Makkerpar:</td></tr>
</table>

		- 15 kr. svarer til 30%, hvad er 100 %? - 200 kr. svarer til 40%, hvad er 100%? - 30 kr. svarer til 15 %, hvad er 100%? - 30 kr. svarer til 5%, hvad er 100%? **Number Talk:** - Hvordan har I løst det?
Number Talk	8 min	Tænk på de måder vi har regnet på i dag, kan I bruge noget af det til at løse opgaverne? Kig godt på tallene, er der nogle smarte måder at løse det på? - 50 kr er 20%, hvor meget er 100 %? - Til en koncert er 60% af publikum voksne. 25% af publikum er drenge og resten er piger. Der er 30 piger i alt. Hvor mange publikum er der til denne koncert?